REGULACIÓN AUTOMÁTICA

TABLAS Y GRÁFICAS

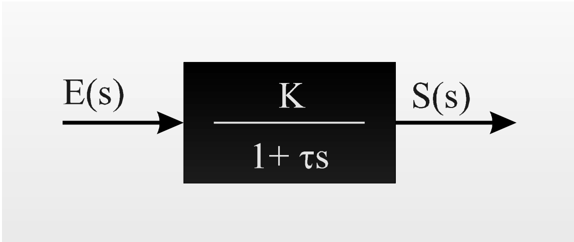
INGENIERÍA DE SISTEMAS Y AUTOMÁTICA

ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL

Transformada de Laplace $E(s)$	*Función en el tiempo* $e(t)$
1	$\delta(t)$
e^{-Ts}	$\delta(t-T)$
$\frac{1}{s}$	$u(t)$
$\frac{1}{s^2}$	t
$\frac{1}{s+a}$	e^{-at}
$\frac{1}{(s+a)^2}$	$t\,e^{-at}$
$\frac{1}{(s+a)^n}$	$\frac{1}{(n-1)!}t^{n-1}\,e^{-at}$
$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{b-a}\left(e^{-at}-e^{-bt}\right)$
$\frac{s}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{a-b}\left(ae^{-at}-be^{-bt}\right)$
$\frac{s+z}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{b-a}\left((z-a)e^{-at}-(z-b)e^{-bt}\right)$
$\frac{a}{s^2(s+a)}$	$t-\frac{1-e^{-at}}{a}$
$\frac{a}{s^2+a^2}$	$sin(at)$
$\frac{s}{s^2+a^2}$	$cos(at)$
$\frac{1}{(s+a)^2+b^2}$	$\frac{1}{b}e^{-at}\,sen(bt)$
$\frac{s+a}{(s+a)^2+b^2}$	$e^{-at}\,cos(bt)$
$\frac{1}{s(s+a)}$	$\frac{1}{a}\left(1-e^{-at}\right)$
$\frac{1}{s}$	$u(t)$ ó 1 *escalón unitario*
$\frac{1}{s}e^{-Ts}$	$u(t-T)$ *escalón unitario retardado* *T segundos*
$\frac{1}{s}(1-e^{-Ts})$	$u(t)-u(t-T)$ *pulso rectangular*
$\frac{1}{s^2}$	t *rampa unitaria*
$\frac{1}{s^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
$\frac{1}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$	$\frac{1}{\omega_d}e^{-\xi\omega_n t}\,sen\left(\omega_d t\right)\qquad \omega_d=\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$
$\frac{1}{s\left(s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2\right)}$	$\frac{1}{\omega_n^2}-\frac{1}{\omega_n\omega_d}e^{-\xi\omega_n t}\,sen\left(\omega_d t+\theta\right)$ $\omega_d=\omega_n\sqrt{1-\xi^2}\quad \theta=arccos\xi$

Tabla de Transformadas de Laplace

SISTEMAS DE PRIMER ORDEN



$$Tr=3\tau$$

Respuesta al escalón unitario

$$s(t) = K\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN

$$\frac{S(s)}{E(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

K= ganancia estática

ξ= coeficiente de amortiguamiento

ω_n = frecuencia natural no amortiguada

$\sigma = \xi\,\omega_n \equiv$ constante de amortiguamiento

$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} \equiv$ frecuencia amortiguada

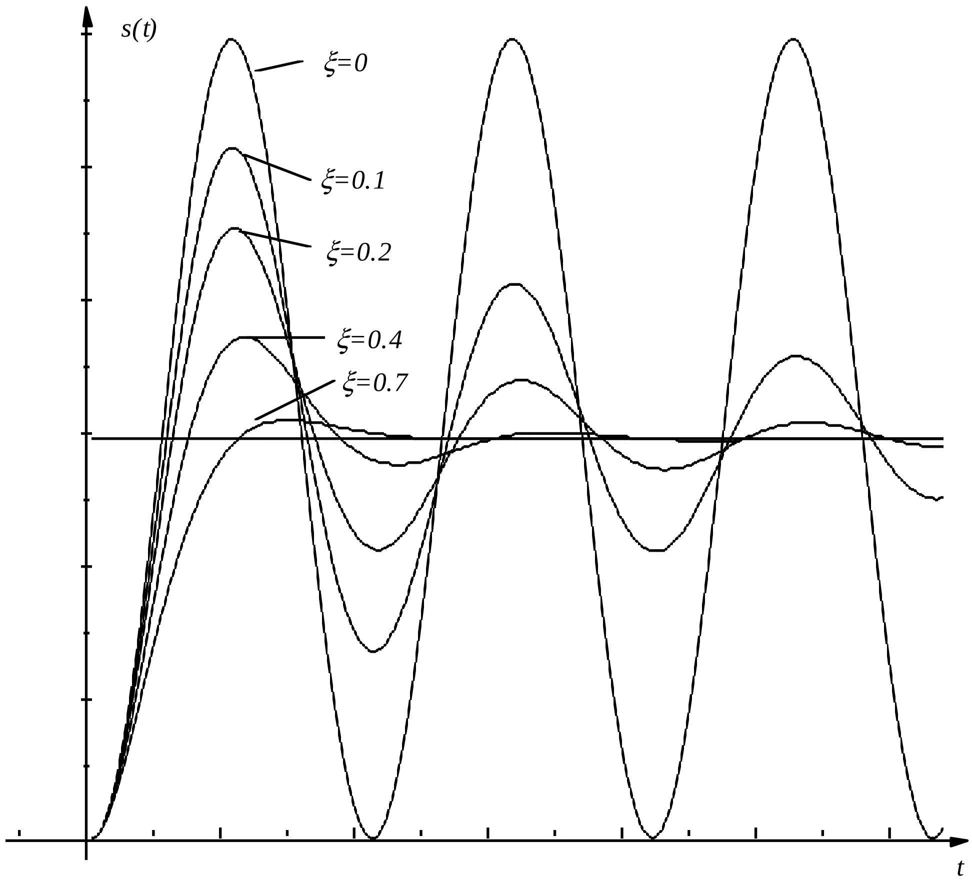
$$Cos\ \theta = \frac{\xi\omega_n}{\omega_n} = \xi$$

Respuesta al escalón unitario

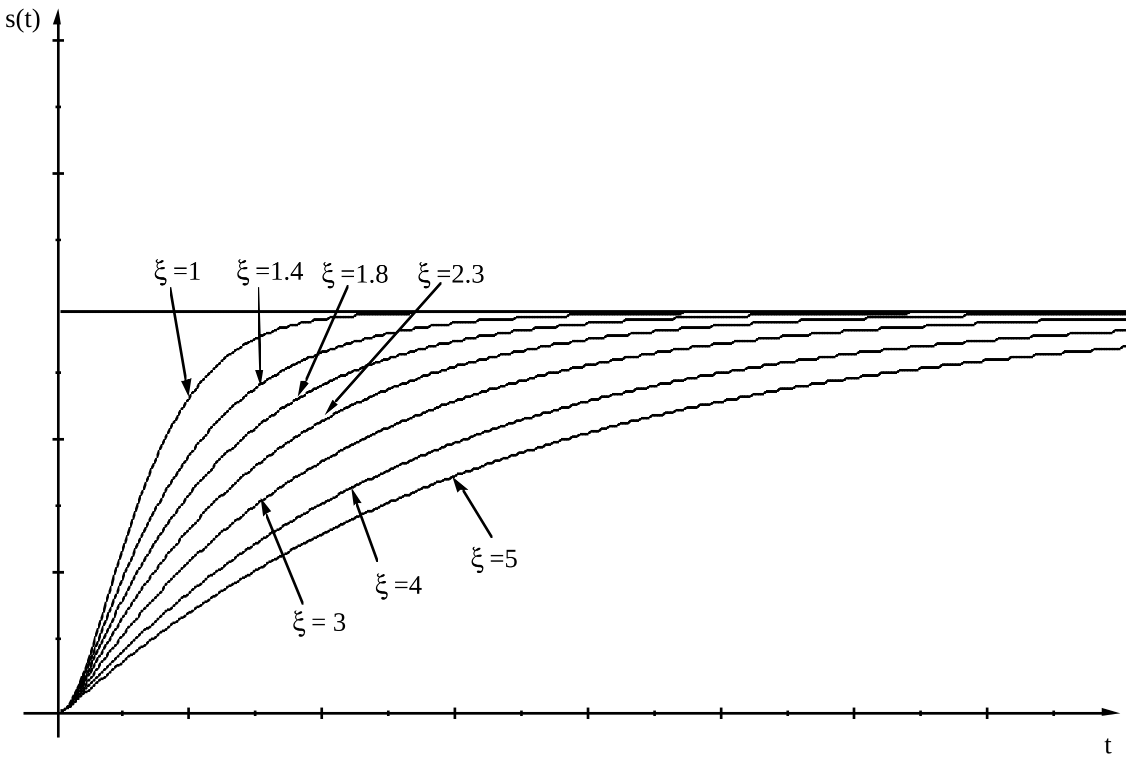
$$\frac{S(t)}{K} = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} Sen\,(\omega_d t + \theta)$$ *Sistema subamortiguado*

$$\frac{S(t)}{K} = 1 - e^{-\omega_n t}(1 + \omega_n t)$$ *Sistema críticamente amortiguado*

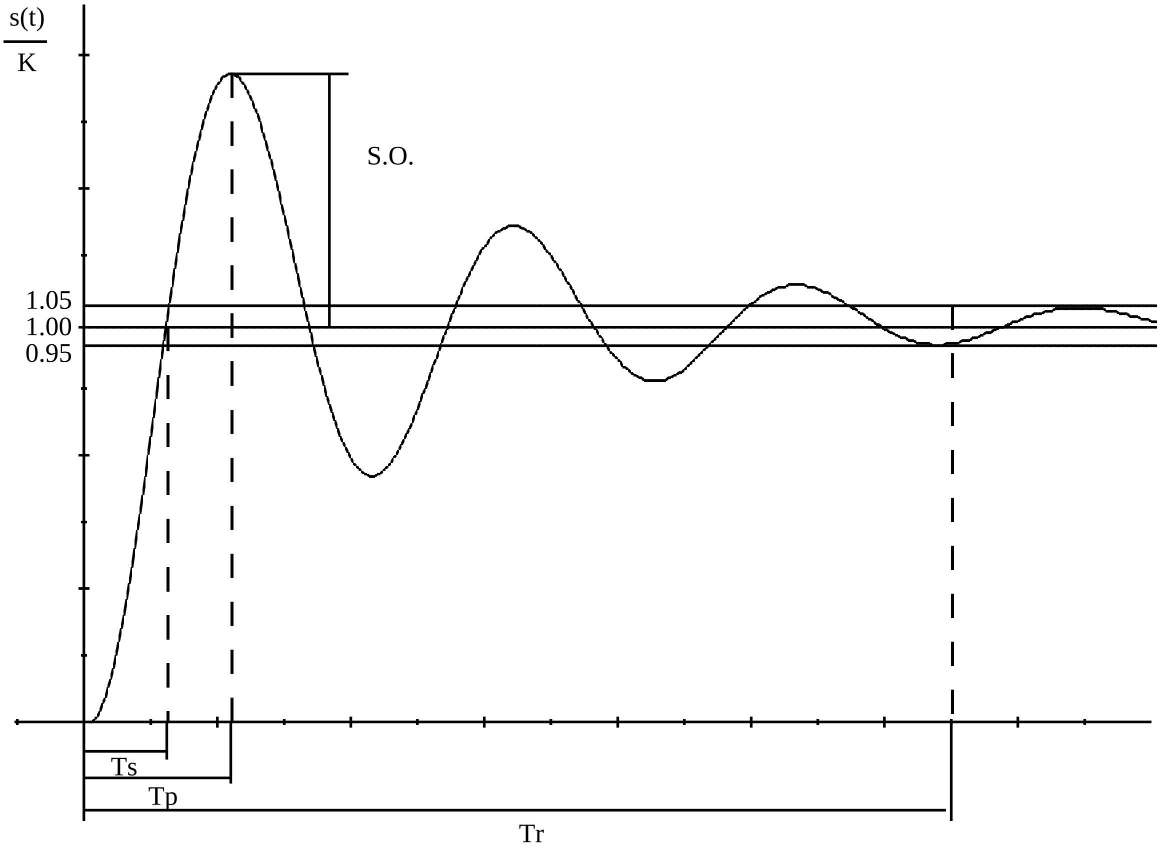
$$s(t) = K\left[1 - \frac{T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}}}{T_1 - T_2}\right]$$ *Sistema sobreamortiguado*



Respuesta de un sistema de segundo orden ante una entrada escalón para $0 < \xi < 1$

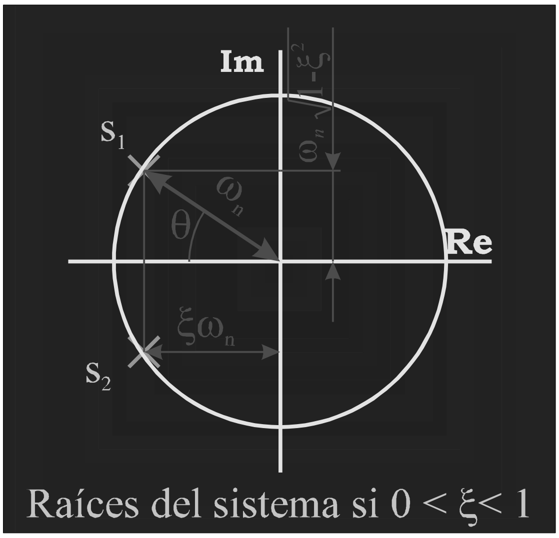


Respuesta de un sistema de segundo orden ante una entrada escalón para $\xi >= 1$



Respuesta transitoria de un sistema de segundo orden básico ante una entrada escalón unitario para valores de $\xi < 1$

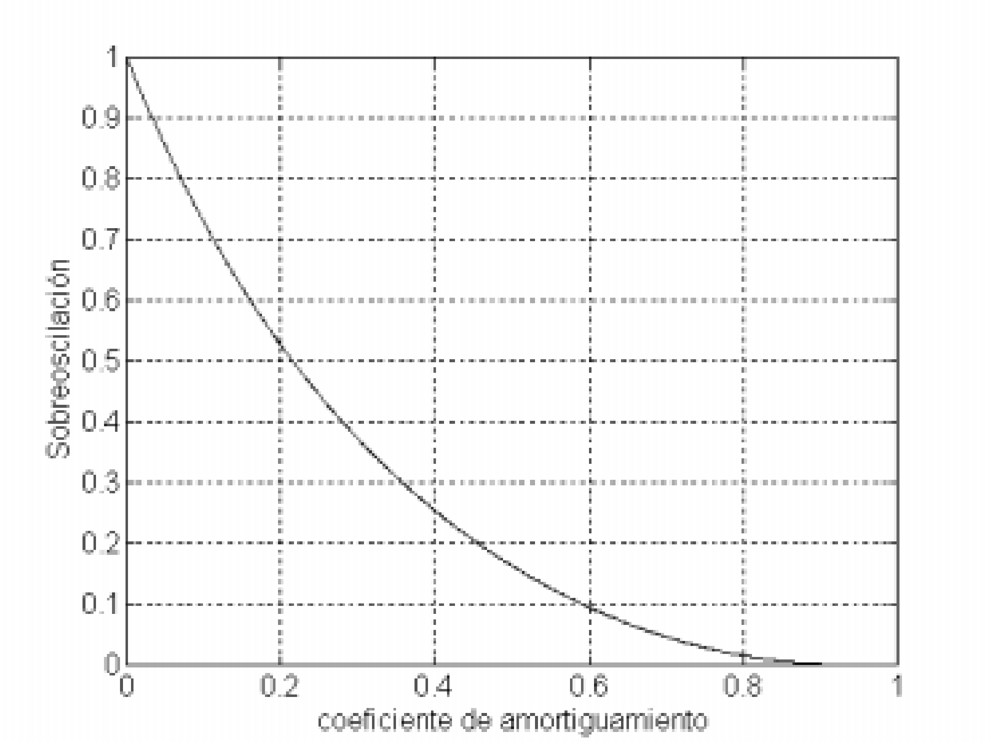
SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN SUBAMORTIGUADOS



$$Ts = \frac{\pi - \theta}{\omega_d}$$

$$Tp = \frac{\pi}{\omega_d}$$

$$S.O. = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}\ 100$$



$$t_r = \frac{\pi}{\xi\omega_n}$$

SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN BASICO CRÍTICAMENTE AMORTIGUADOS

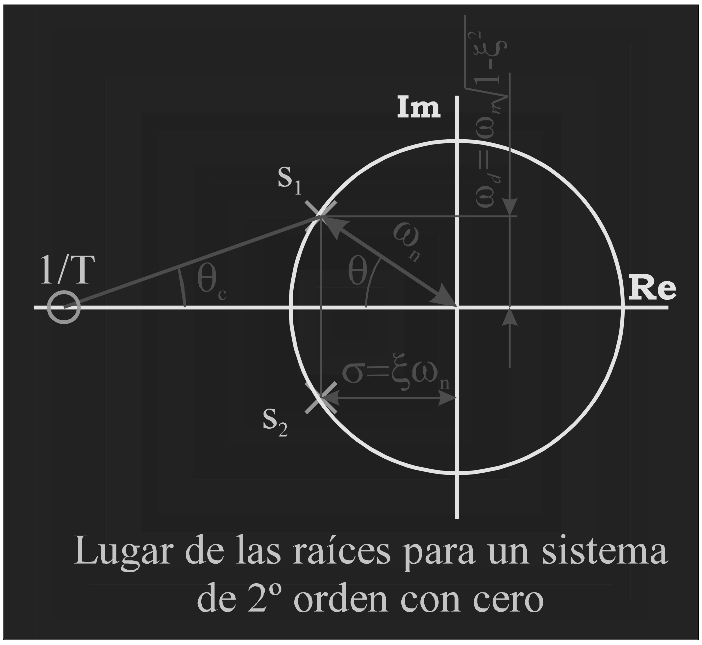
$$t_r = \frac{4.75}{\omega_n}$$

SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN BASICO SOBREAMORTIGUADOS

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{K}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$$

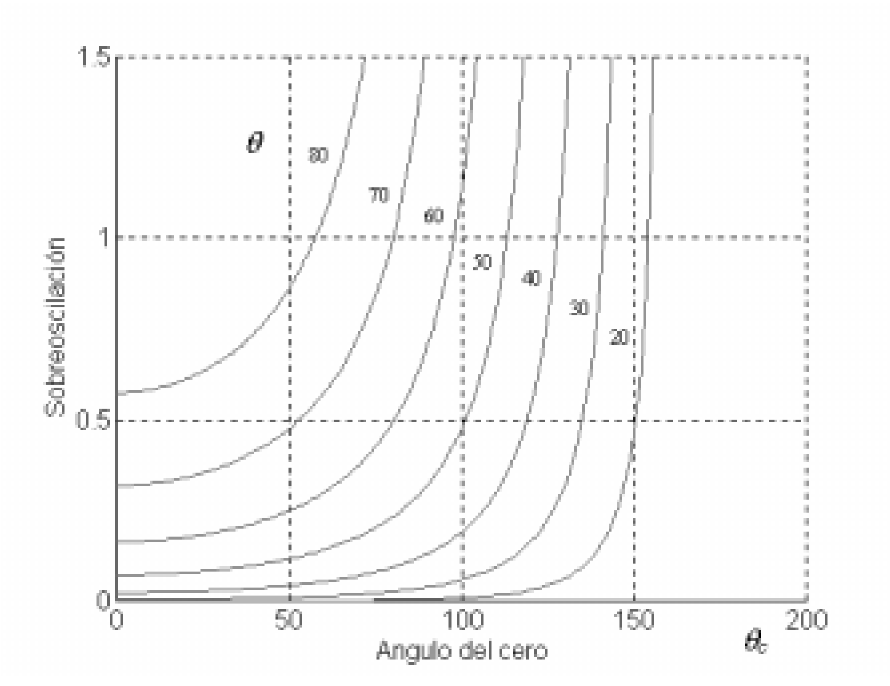
$$t_r = 3T_1 + T_2$$

SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN CON CERO

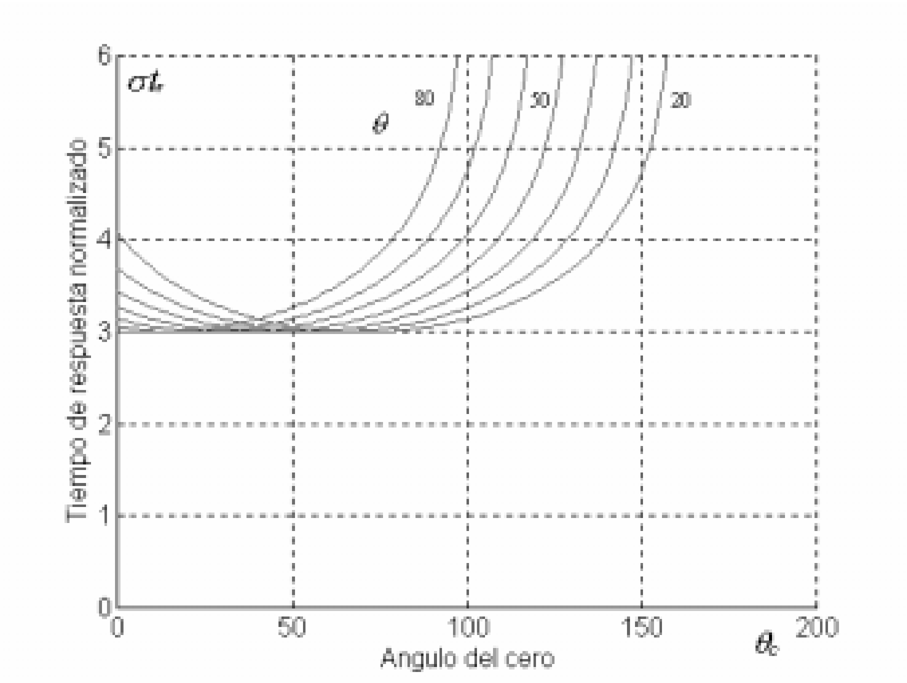


$$Tp = \frac{\pi - \theta_c}{\omega_d} \qquad Ts = \frac{\pi - (\theta + \theta_c)}{\omega_d}$$

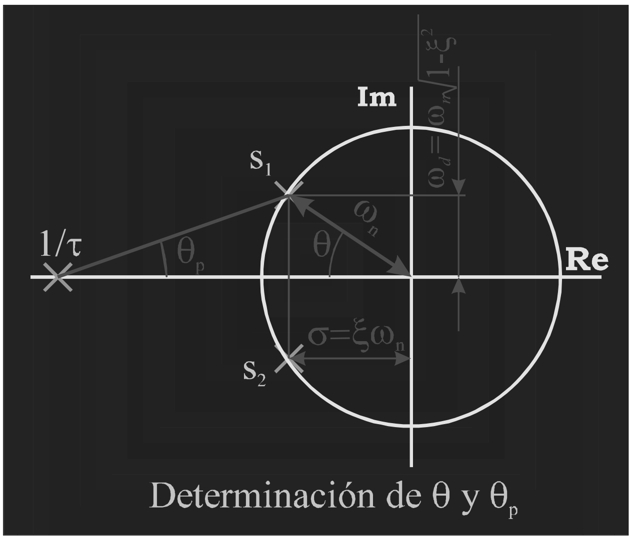
$$S.O. = \frac{e^{-\frac{(\pi+\theta c)}{tg\,\theta}}}{sen(\theta + \theta c)} sen\,\theta$$



$$t_r = \frac{1}{\sigma}\left(ln20 \;\; - ln\left(sen\left(\theta + \theta_c \right) \right) \right)$$

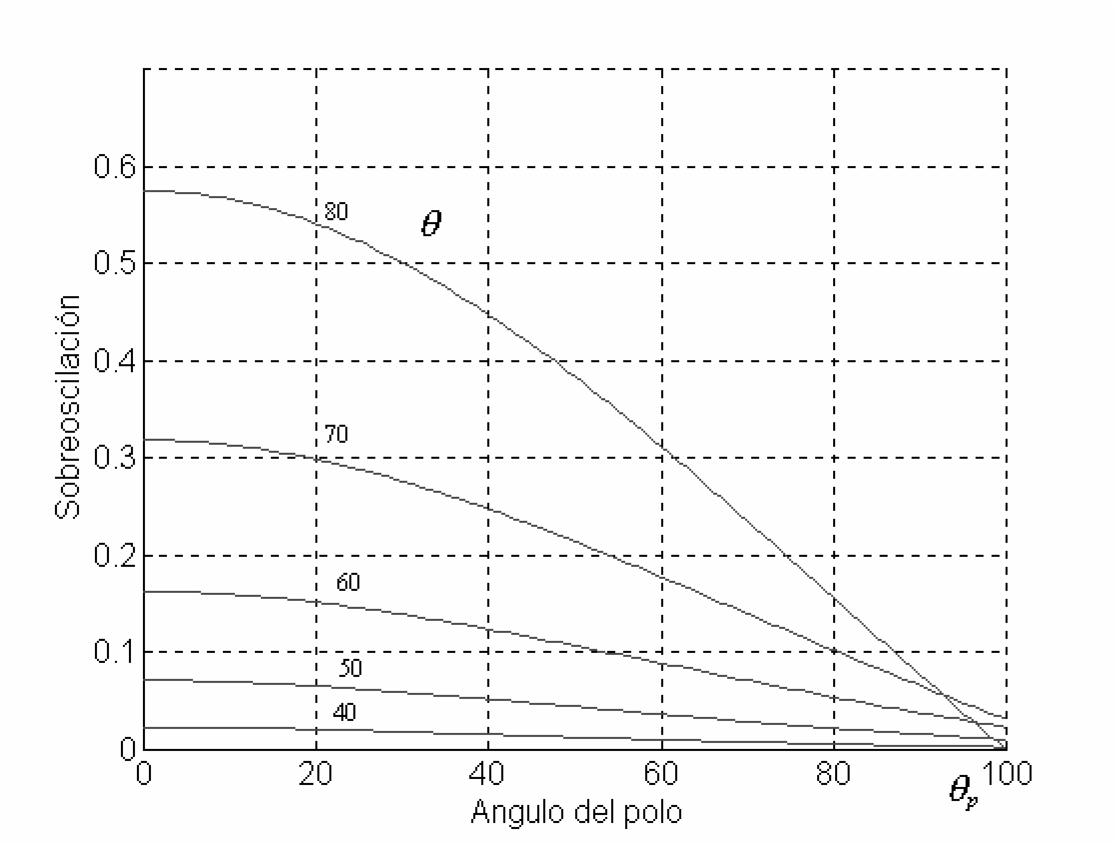


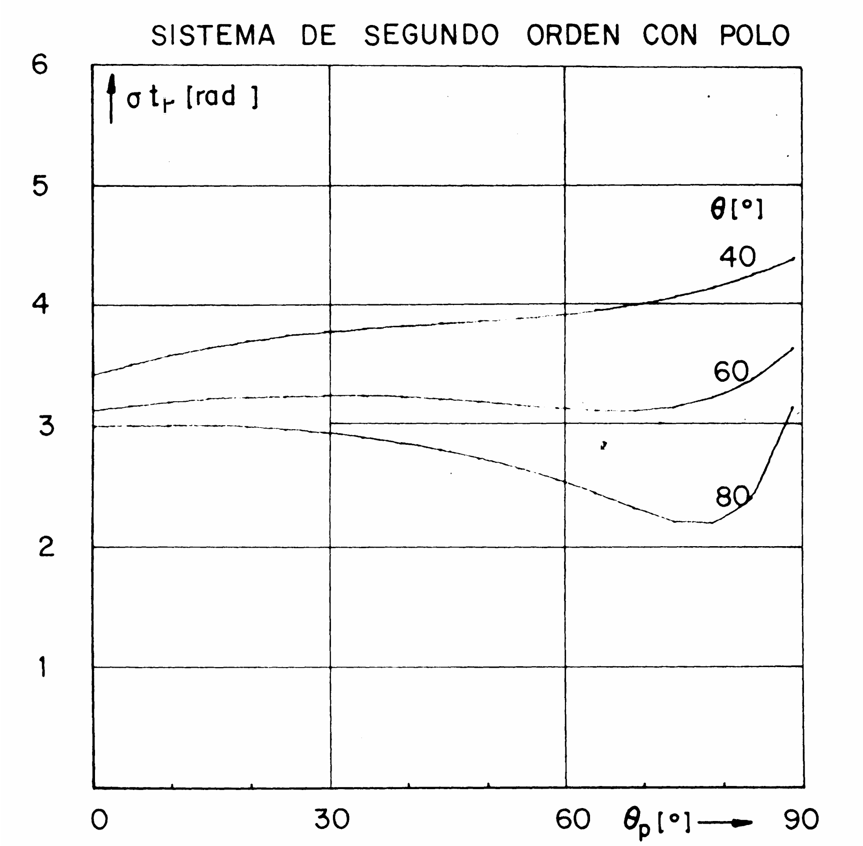
SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN CON POLO

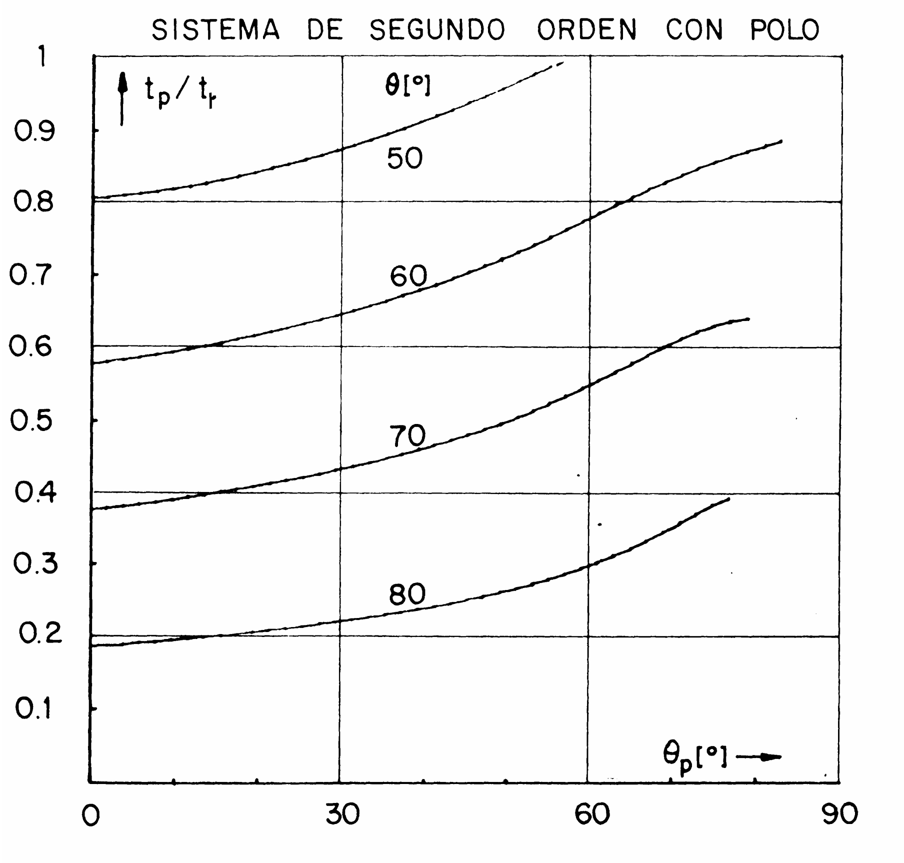


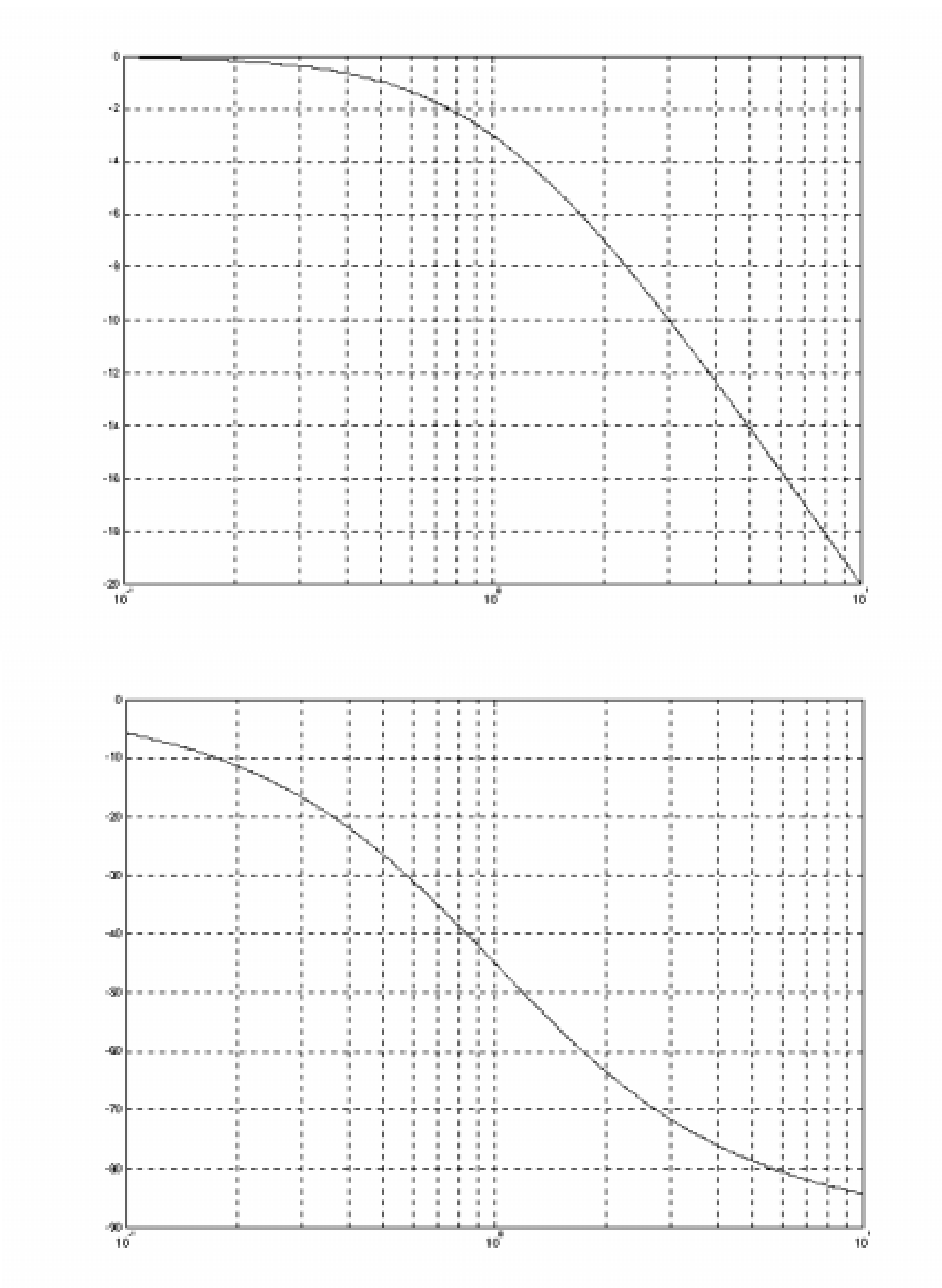
Cálculo de θ y θ_p

$$t_s = \frac{\pi - \theta + \theta_p}{\omega_d} \qquad t_p = \frac{\pi + \theta_p}{\omega_d}$$


Sobreoscilación
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
80
70
60
50
40
θ
0
20
40
60
80
100
θp
Angulo del polo

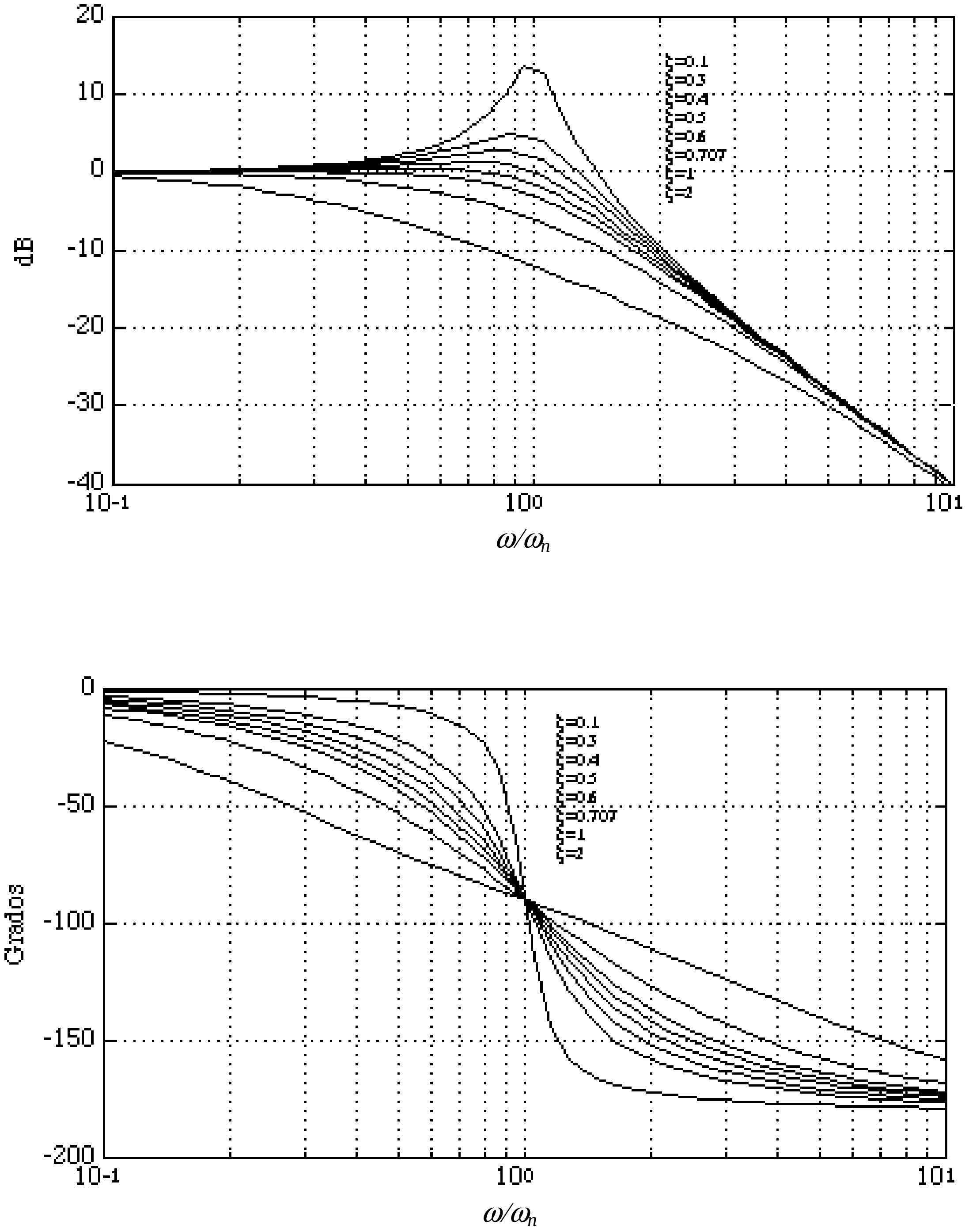

SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN CON POLO
σ tr [rad]
θ [°]
40
60
80
6
5
4
3
2
1
0
30
60
θp [°]
90


SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN CON POLO
t_p/t_r
θ[°]
50
60
70
80
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
θ_p[°]
0
30
60
90



ω/ω_1

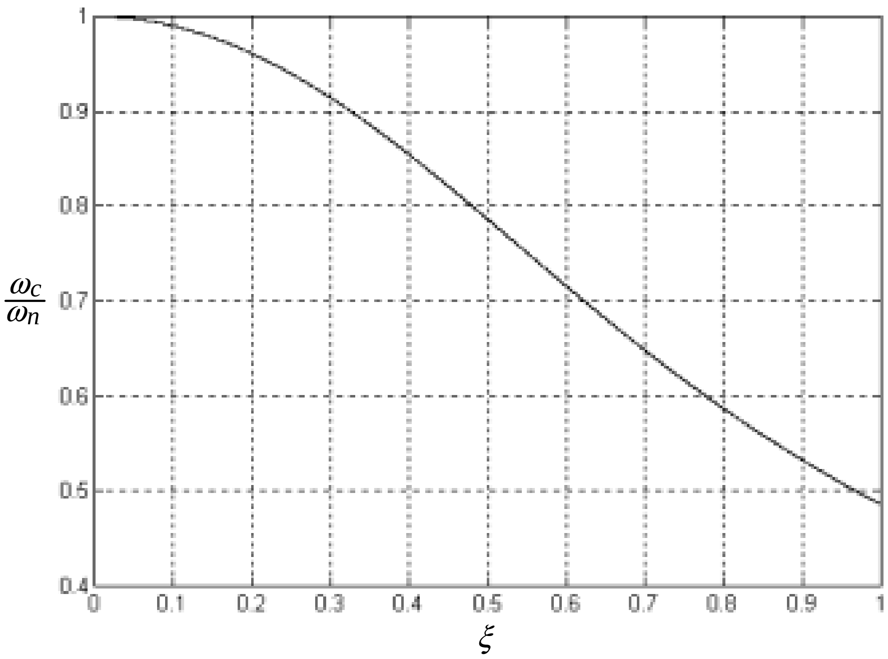
Gráfica normalizada para polos de primer orden.



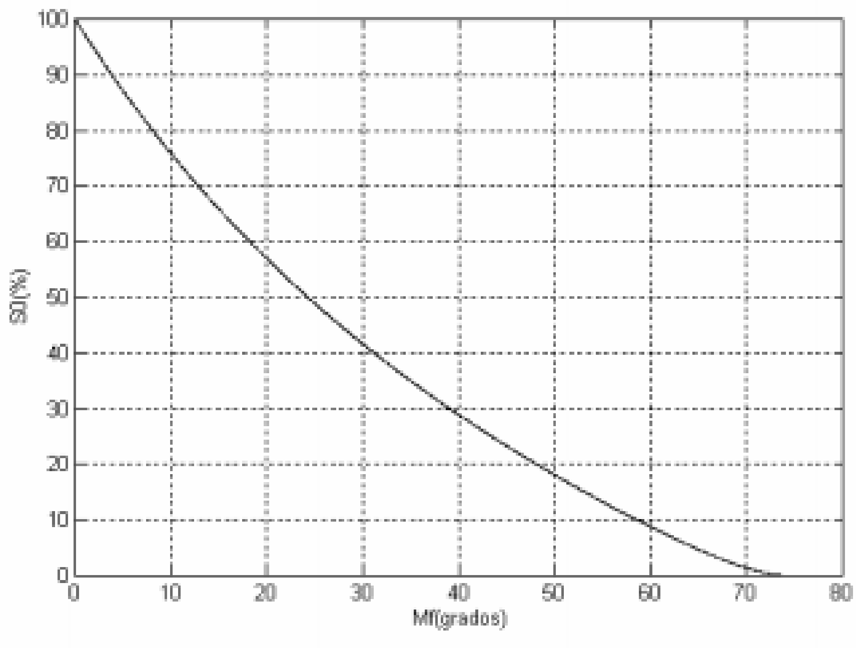
Gráfica normalizada para polos de segundo orden.

$$\frac{\omega_c}{\omega_n} = \sqrt{\sqrt{4\xi^4 + 1} - 2\xi^2}$$

$$\omega_c \Rightarrow |G(j\omega)| = 1$$



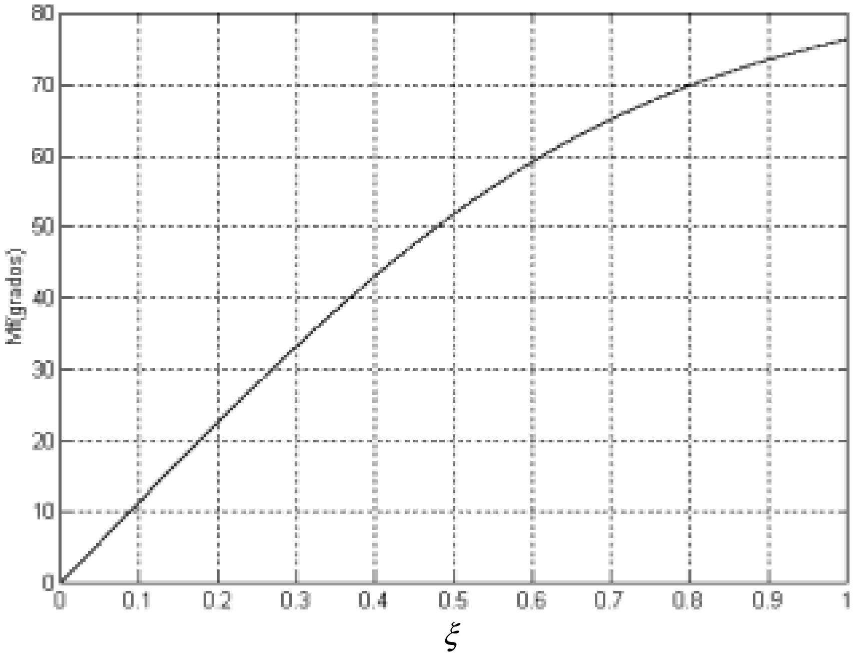
Relación de ωc/ωn en función de ξ.



Relación entre S.O. y M_f.

$$M_f = arctg \frac{2\xi}{\sqrt{\sqrt{4\xi^4 + 1} - 2\xi^2}}$$

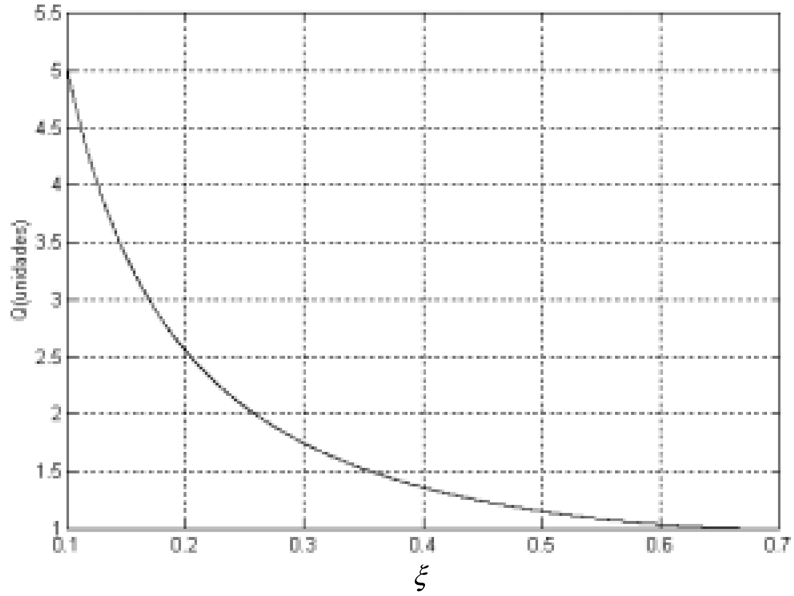
$$SO = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}$$



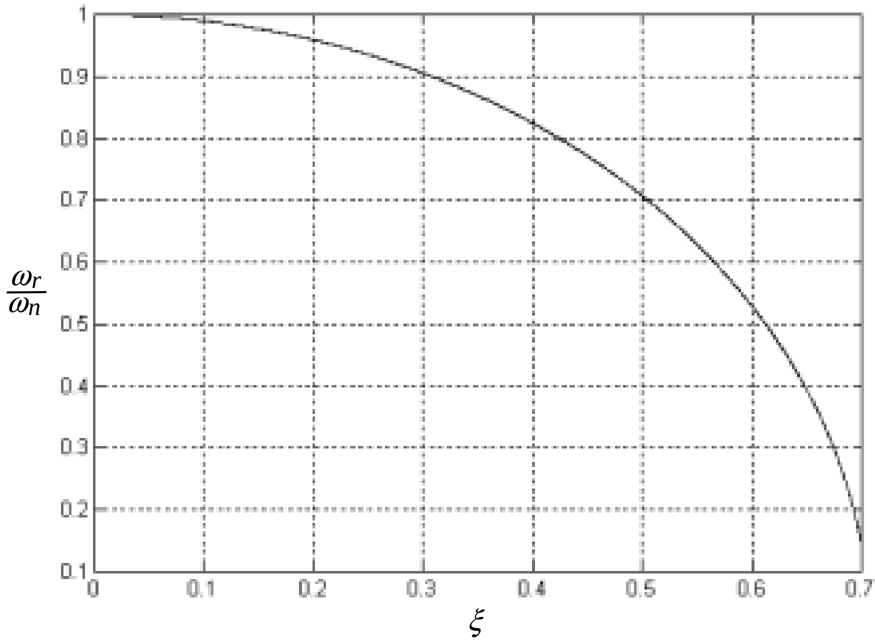
Relación entre ξ *y* M_f.

$$Q = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\frac{\omega_r}{\omega_n} = \sqrt{1-2\xi^2}$$



Relación entre Q (pico de resonancia en unidades) y ξ.



Relación $\frac{\omega_r}{\omega_n}$ en función del coeficiente de amortiguamiento ξ.

Transformada de Laplace E(s)	Función en el tiempo e(t)	Secuencia numérica e(kT) o e(k)	Transformada z E(z)
$\frac{1}{s}$	$u(t)$	$1(k)$	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{1}{s^2}$	t	KT	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
$\frac{1}{s+a}$	e^{-at}	e^{-akT}	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
$\frac{a}{s(s+a)}$	$1-e^{-at}$	$1-e^{-akT}$	$\frac{z\left(1-e^{-aT}\right)}{(z-1)\left(z-e^{-aT}\right)}$
$\frac{1}{(s+a)^2}$	$t\,e^{-at}$	kTe^{-akT}	$\frac{Tze^{-aT}}{\left(z-e^{-aT}\right)^2}$
$\frac{a}{s^2(s+a)}$	$t-\frac{1-e^{-at}}{a}$	$kT-\frac{1-e^{-akT}}{a}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}-\frac{z\left(1-e^{-aT}\right)}{a(z-1)\left(z-e^{-aT}\right)}$
$\frac{a}{s^2+a^2}$	$sin(at)$	$sin(akT)$	$\frac{z\ sen\ (aT)}{z^2-2z\ cos\ (aT)\ +1}$
$\frac{s}{s^2+a^2}$	$cos(at)$	$cos(at)$	$\frac{z\ (z-\ cos\ (aT))}{z^2-2z\ cos\ (aT)\ +1}$
$\frac{1}{(s+a)^2+b^2}$	$\frac{1}{b}e^{-at}sin(bt)$	$\frac{1}{b}e^{-akT}sin(bkT)$	$\frac{1}{b}\left[\frac{z\ e^{-aT}\ sen\ bT}{z^2-2e^{-aT}z\ cos\ bT\ +e^{-2aT}}\right]$
$\frac{s+a}{(s+a)^2+b^2}$	$e^{-at}\ cos(bt)$	$e^{-akT}\ cos(bkT)$	$\frac{z^2-e^{-aT}z\ cos\ bT}{z^2-2e^{-aT}z\ cos\ bT\ +e^{-2aT}}$
		a^k	$\frac{1}{1-az^{-1}}$
		a^{k-1} $k=1,2,3...$	$\frac{z^{-1}}{1-az^{-1}}$
		ka^{k-1}	$\frac{z^{-1}}{\left(1-az^{-1}\right)^2}$
		k^2a^{k-1}	$\frac{z^{-1}\left(1+az^{-1}\right)}{\left(1-az^{-1}\right)^3}$
		k^3a^{k-1}	$\frac{z^{-1}\left(1+4az^{-1}+a^2z^{-2}\right)}{\left(1-az^{-1}\right)^4}$
		k^4a^{k-1}	$\frac{z^{-1}\left(1+11az^{-1}+11a^2z^{-2}+a^3z^{-3}\right)}{\left(1-az^{-1}\right)^5}$
		$a^k\cos k\pi$	$\frac{1}{1+az^{-1}}$

Tabla de Transformadas z