REGULACION AUTOMATICA

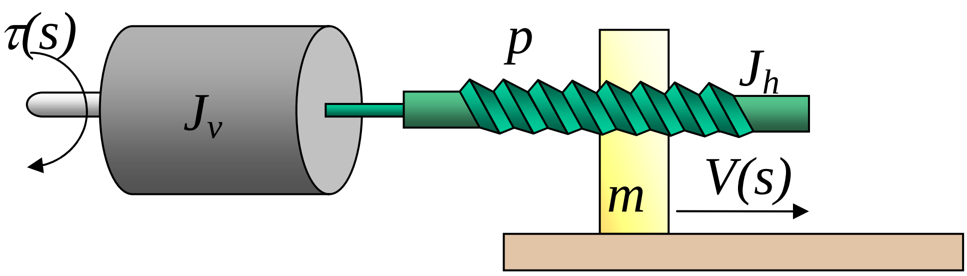
Examen primera convocatoria (primer parcial)

9-6-2009

Ejercicio 1 **2.5 puntos**

Sea un sistema mecánico formado por:

- Un volante de inercia que se comporta como una inercia pura de valor $\boldsymbol{J_v}$ Kg m^2
- Un engranaje de tipo husillo de fricción despreciable, que convierte cada radian de movimiento rotacional del husillo en la traslación de $\boldsymbol{p}$ metros de la tuerca. La inercia del tornillo es $\boldsymbol{J_h}$ Kg m^2, mientras que la masa de la tuerca es de $\boldsymbol{m}$ kg.

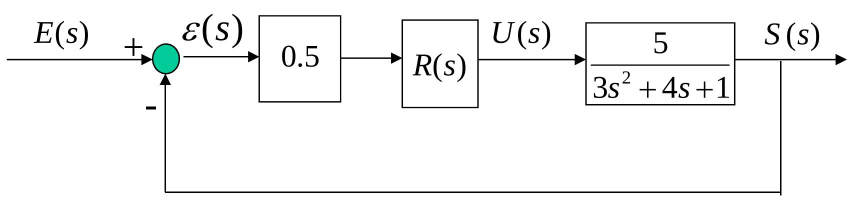


Se pide:

a) Deduce el modelo que relaciona la velocidad de desplazamiento horizontal de la tuerca de masa m ($\boldsymbol{V(s)}$) con el par aplicado al volante ($\boldsymbol{\tau(s)}$)
b) ¿Cuál es la inercia equivalente del sistema, vista desde el eje del volante?
c) En el caso de que se diseñase un control proporcional de la velocidad de la tuerca, ¿Cuál sería el error de posición en el supuesto de que el regulador proporcional tuviese ganancia $\boldsymbol{K_R}$?

Ejercicio 2 **3.5 puntos**

Para realizar el control de un sistema se dispone del siguiente esquema de control:



a) Obtener el regulador más sencillo que permita cumplir las siguientes especificaciones: S.O.=0%, Tr<=1, acción U finita.
b) Si la entrada es un escalón de amplitud 2, calcula el valor de la acción U en el instante inicial y en el instante final. Obtén también el error de seguimiento en régimen permanente de esa entrada.
c) Calcula la expresión temporal de la salida.
d) Obtén las mismas especificaciones que en a) empleando un esquema de control avanzado con estructura PI-D y utilizando el mismo sensor que el empleado en el control clásico. ¿Qué valor tienen los parámetros de la nueva estructura? ¿Coincide la respuesta dinámica con la obtenida en a)?

Ejercicio 3 **1.5 puntos**

Se desea controlar un sistema mediante el método de ajuste en bucle cerrado propuesto por Ziegler-Nichols. Los datos del ensayo en bucle cerrado (Kpc, Tc) real se pueden obtener también de forma analítica si se conoce la función de trasferencia del sistema a controlar. Sea ésta:

$$\frac{S(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(2s+1)(s+1)}$$

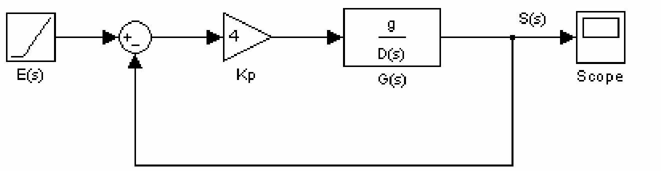
Para hallar Kpc y Tc se aplicará el criterio de estabilidad de Routh al sistema controlado en bucle cerrado buscando R(s)=Kpc que lo haga marginalmente estable. Se supondrá realimentación unitaria. La frecuencia de las oscilaciones sostenidas viene dada por el valor de las raíces imaginarias de la ecuación característica en esa situación.

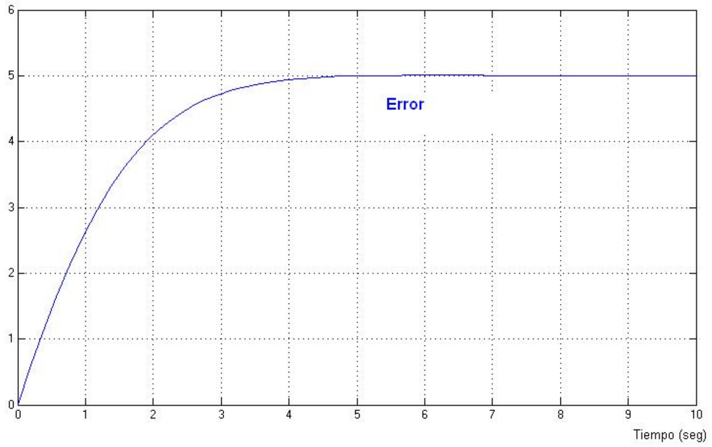
¿Cuáles son los parámetros del regulador PID si se desea un error de velocidad nulo y existe una cantidad apreciable de ruido en la medida? Justifica la respuesta.

	Kp	**Ti**	**Td**
PID	$\frac{Kpc}{1{,}7}$	$\frac{Tc}{2}$	$\frac{Tc}{8}$
PI	$\frac{Kpc}{2{,}22}$	0,83 * Tc	

Cuestiones Prácticas 1..4 (2.5 puntos)

Cuestión 1
La siguiente gráfica muestra el error obtenido ante una entrada en rampa de pendiente 3 aplicada al lazo de control proporcional con realimentación unitaria del sistema G(s).





Se pide:

1. ¿Qué podemos asegurar viendo la anterior gráfica de error? Proponer la forma de la función de transferencia G(s), sabiendo que su denominador es un polinomio de grado 2
2. Calcular la ganancia de la función de transferencia G(s) sabiendo que la ganancia del regulador es 4.
3. Completar el siguiente código de Matlab de manera que permita obtener gráficamente la respuesta del lazo de control anterior para una rampa y para un impulso unitario. Se pedirá el valor de la pendiente al usuario a través de la pantalla.

```
tfinal=input ('tiempo final de simulación');

[…]

periodo=tfinal/1000;
t=0:periodo:tfinal;
e=ones(length(t),1);
s1=lsim(num1,den1,e,t);
s2=lsim(num2,den2,e,t);
plot(t,s1,t,s2)
grid
```

Cuestión 2
a) Describe cómo realizaste la identificación del motor de corriente continua perteneciente a la maqueta de control de posición (práctica 4) utilizando el equipamiento de la práctica (generador de onda + osciloscopio).
b) Indica los parámetros del generador de señales que hay que ajustar y qué valores les darías si, utilizando el equipo de reguladores analógicos de prácticas, quieres medir el error ante una señal ω_{ref}=t rad/s al realizar un control de velocidad angular del motor de corriente continua.

REGULACION AUTOMATICA

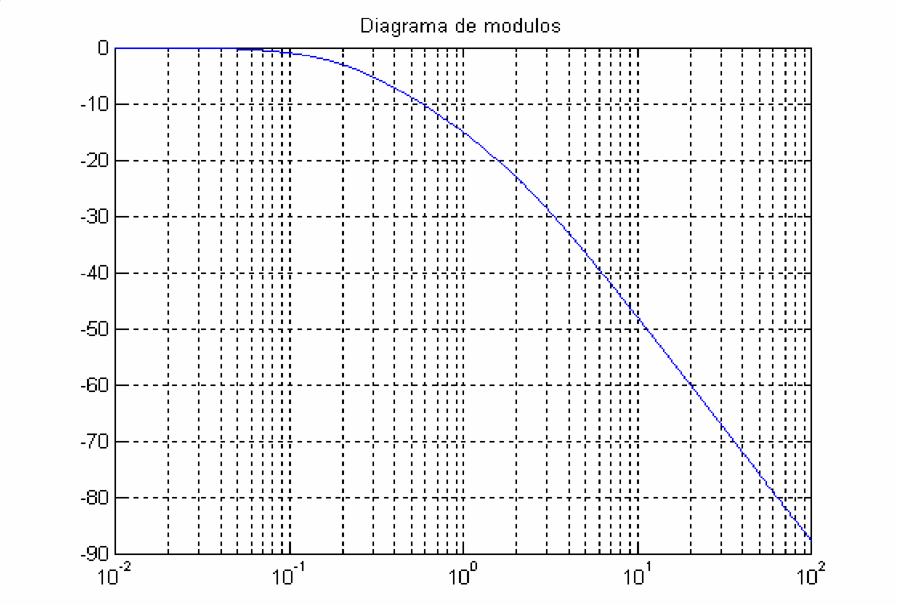
Examen primera convocatoria (segundo parcial)

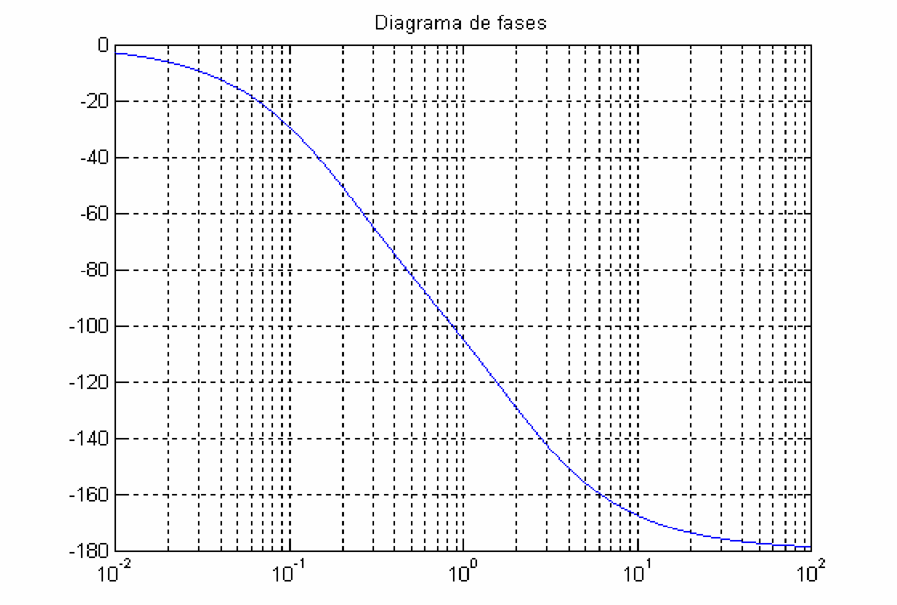
9-6-2009

Ejercicio 1 **3 puntos**

Dado un sistema cuyo diagrama de bode es el mostrado a continuación:
a) Identifica su función de transferencia. ¿Es estable el sistema en B.C.? Justificar la respuesta.
b) Calcular el corrector serie tal que el sistema en B.C. cumpla las siguientes especificaciones:

$e_p = 0$
S.O. $\leq$ 10%
$t_r \leq$ 10 segundos





Ejercicio 2 **4,5 puntos**

Las siguientes líneas de programa constituyen el algoritmo de control correspondiente con la estrategia básica de control realimentado sobre un sistema de primer orden básico de ganancia estática 0.5 y con una constante de tiempo de 3 segundos.

```
Inicio
       Acción:=0;
       Error_ant:=0;
       Siguiente:= Leer_Reloj;
       Bucle
             Referencia:= Leer_Referencia;
             Salida:= Leer_Salida;
             Error:= Referencia – Salida;
             Acción:= Acción + 20*Error - 20*0.9672*Error_ant;
             Aplicar_Acción(Acción);
             Error_ant:= Error;
             Siguiente:=Siguiente + 0.1;
             Esperar_hasta(Siguiente)
       Fin_Bucle
Fin
```

Se pide:

a) Extrae la función de transferencia del regulador.
b) Analiza el comportamiento del sistema controlado con dicho algoritmo (estabilidad, transitorio, permanente).
c) ¿Cuáles son las acciones inicial y final ante una referencia en escalón de amplitud 2?
d) Modifica el algoritmo anterior para albergar los modos automático y manual, procurando que la transición del modo manual al modo automático se realice de forma gradual.
e) Comprueba el correcto funcionamiento del método implementado en el apartado anterior. Supón que el sistema se halla en modo manual y en régimen permanente con una acción establecida por el operador de valor 3.8. ¿Cuál será la primera acción del modo automático si se conmuta a dicho modo en las condiciones enunciadas y con una referencia de automático de valor 2.0?

Cuestiones Prácticas 5..9 (2.5 puntos)

Cuestión 1

El control de un sistema de primer orden con ganancia estática 1 se implementa mediante un Autómata Programable cuya acción de control es:

$$y(k) = 2 \cdot \varepsilon(k) + 5000$$

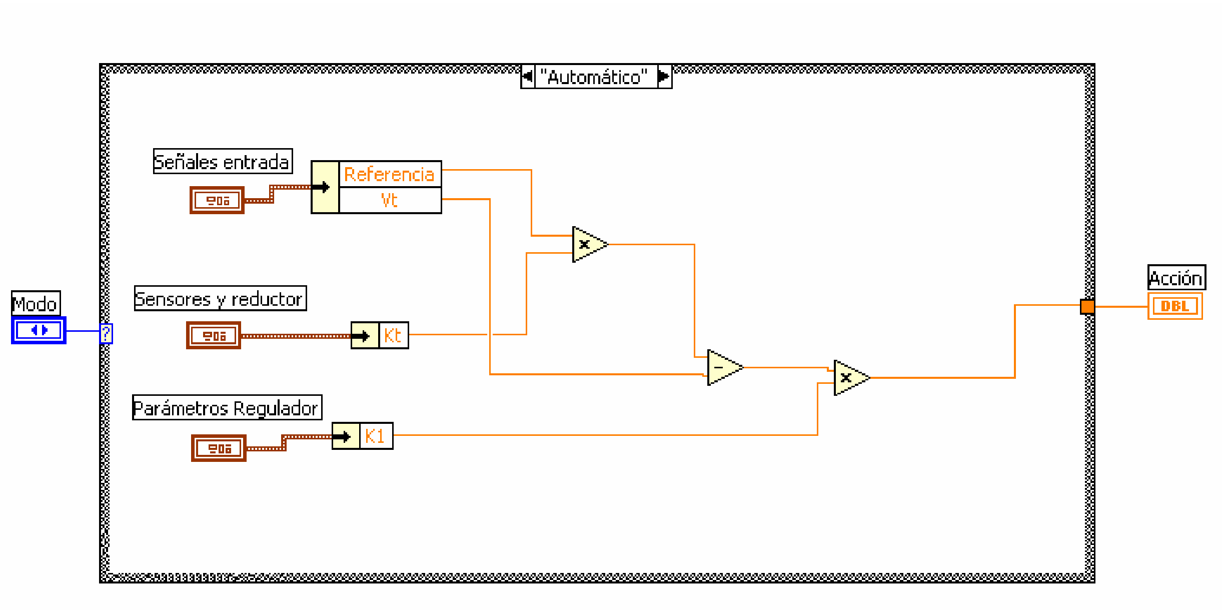
donde $\varepsilon(k)$ es el error. ¿Cuál es el error de posición en régimen permanente ante una entrada escalón de valor 2000?

Cuestión 2

El algoritmo de control de posición de un motor de corriente continua cuya función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{0.57}{s(1 + 0.05s)}$$

se implementa en un computador utilizando la herramienta Labview. El bloque correspondiente al regulador es el siguiente:

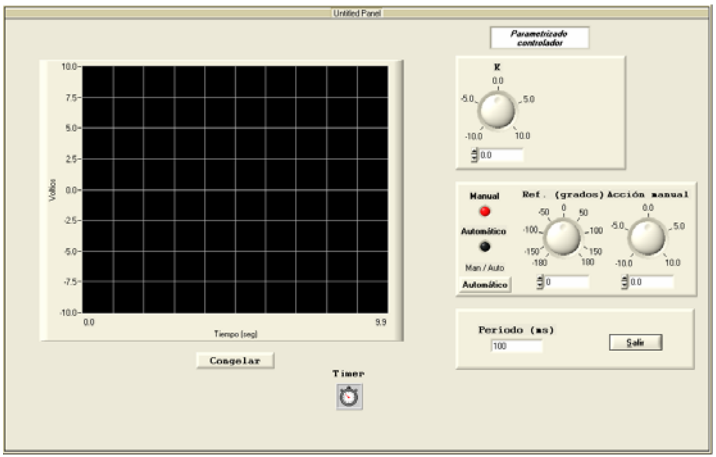


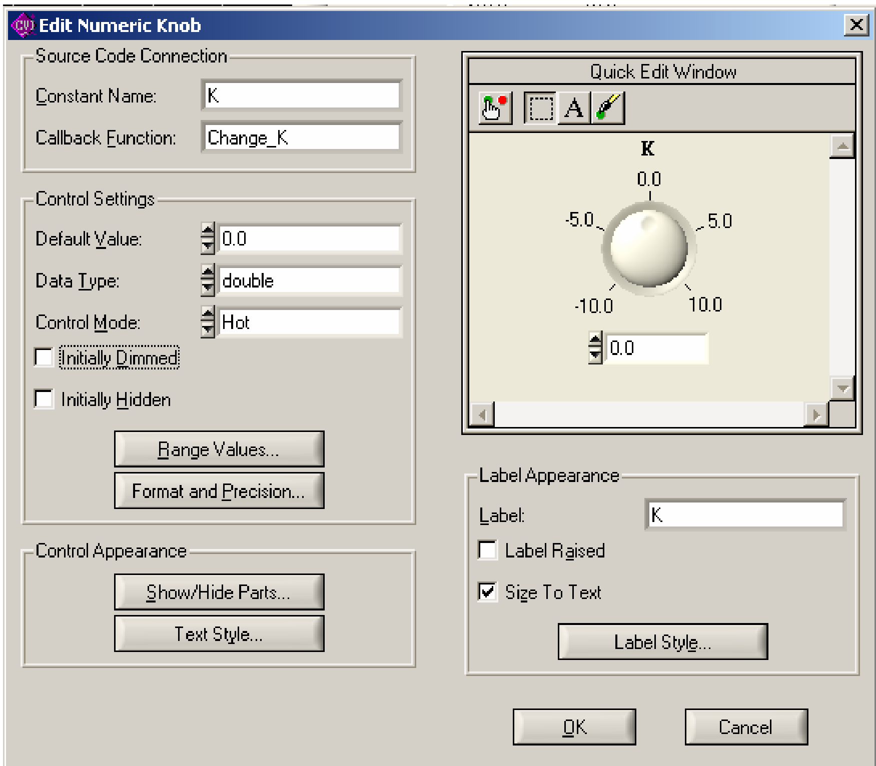
(a) ¿Cual es la acción de control y el error de posición en régimen permanente?
(b) ¿Cuál es el valor de la K1 que permitiría el menor tiempo de respuesta?

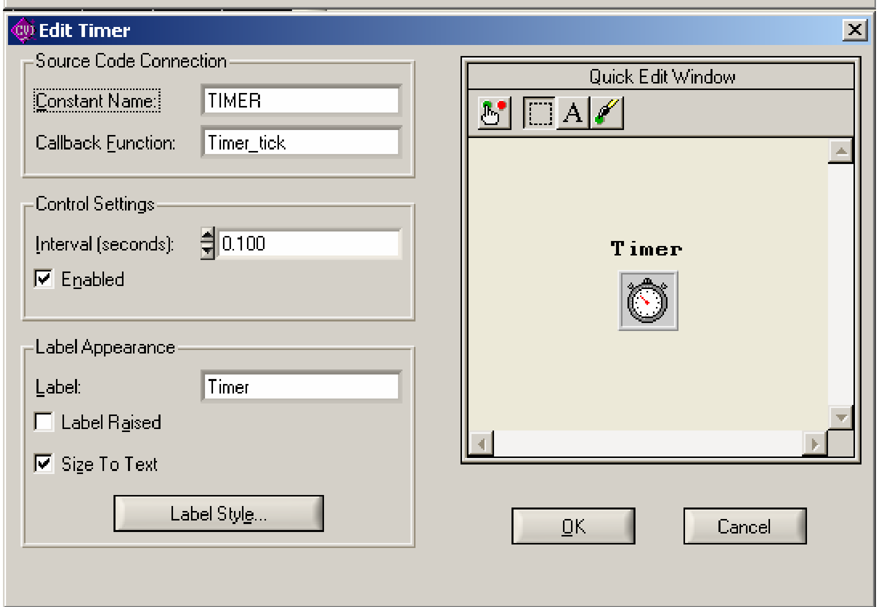
Cuestión 3

En las siguientes figuras se presentan, el panel de control de un motor mediante un regulador proporcional, así como las propiedades de dos de los elementos del panel.

(a) ¿Cómo se llama la función donde se ha de implementar el algoritmo de control?
(b) Si se quiere cambiar el nombre que aparece en el panel de control para la parte proporcional de K a Kr, ¿donde se puede hacer el correspondiente cambio?


Untitled Panel
Parametrizado controlador
K
Manual
Automático
Man / Auto
Ref. (grados)
Acción manual
Periodo (ms)
Salir
Voltios
Tiempo (seg)
Congelar
Timer


Edit Numeric Knob
Source Code Connection
Constant Name: K
Callback Function: Change_K
Control Settings
Default Value: 0.0
Data Type: double
Control Mode: Hot
Initially Dimmed
Initially Hidden
Range Values...
Format and Precision...
Control Appearance
Show/Hide Parts...
Text Style...
Quick Edit Window
K
0.0
-5.0
5.0
-10.0
10.0
0.0
Label Appearance
Label: K
Label Raised
Size To Text
Label Style...
OK
Cancel


Edit Timer
Source Code Connection
Constant Name: TIMER
Callback Function: Timer_tick
Control Settings
Interval (seconds): 0.100
Enabled
Label Appearance
Label: Timer
Label Raised
Size To Text
Label Style...
Quick Edit Window
Timer
OK
Cancel

REGULACION AUTOMATICA
Resolución del Examen de 9-6-2009
Primera convocatoria (primer parcial)

Ejercicio 1 **2.5 puntos**

a) Las ecuaciones que definen el comportamiento del sistema, supuestas condiciones iniciales nulas y expresadas en el dominio de Laplace, son:

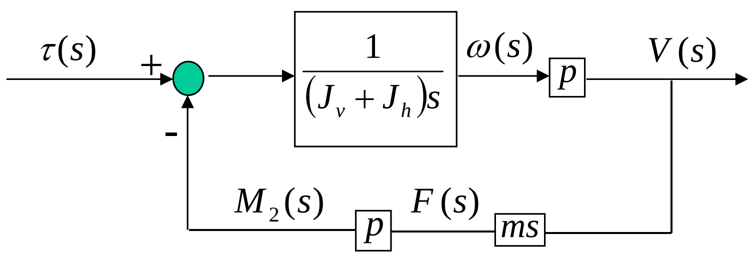
$$\tau(s) - M_1(s) = J_v s\omega(s)$$
$$M_1(s) - M_2(s) = J_h s\omega(s)$$
$$M_2(s) = pF(s)$$
$$F(s) = msV(s)$$
$$V(s) = p\omega(s)$$

En vez de las dos primeras ecuaciones se podía haber puesto directamente la ecuación de pares total sobre el eje de giro, sin necesidad de recurrir a pares intermedios:

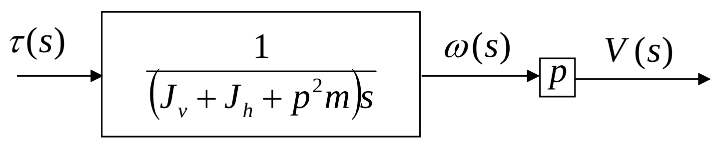
$$\tau(s) - M_2(s) = (J_v + J_h)s\omega(s)$$

De hecho esta ecuación es la suma de las otras dos.

El diagrama de bloques queda como sigue:



Trasladando el punto de derivación de $V(s)$ a $\omega(s)$ y simplificando queda el siguiente diagrama de bloques:



La función de transferencia pedida se obtiene finalmente mediante la multiplicación de los dos bloques en serie:

$$\frac{V(s)}{\tau(s)} = \frac{p}{(J_v + J_h + p^2 m)s}$$

b) La inercia equivalente del sistema, vista desde el eje del volante se obtiene por simple inspección de la función de transferencia $\omega(s)/\tau(s)$ en el diagrama de bloques anterior:

$$J_{eq} = J_v + J_h + p^2 m$$

Como alternativa a la solución dada para los apartados a) y b), es posible plantear una solución conjunta que obvia diagramas de bloques, resolviendo primeramente la cuestión b), para luego aprovechar dicha solución en pos del modelo solicitado en a).

La inercia equivalente vista desde el eje del volante, deberá considerar:

- La inercia del propio volante (J_v)
- La inercia del husillo (que al ser solidario al volante y sin mediar elementos de transmisión, deberá ser considerada tal cual: J_h)
- La inercia equivalente de la tuerca $J_{TUERCA\ eq}$

Respecto de esta última, merece la pena reflexionar acerca de lo que representan la *masa* y la *inercia*: la *masa* es la relación entre el esfuerzo aplicado y la aceleración obtenida, mientras que la *inercia* es la relación entre el par aplicado y la aceleración angular conseguida.

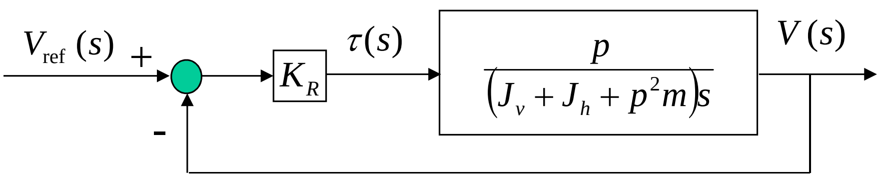
En este caso, la masa de la tuerca es... $m = \dfrac{F}{a} = \dfrac{\tau / p}{p \cdot \alpha} = \dfrac{\tau / \alpha}{p^2} = \dfrac{J_{TUERCA\_eq}}{p^2}$, con lo que la inercia equivalente de la tuerca, vista desde el eje del husillo será $J_{TUERCA\_eq} = mp^2$, y la inercia total vista desde el eje del volante será la suma de las 3 componentes:

$$J_{eq} = J_v + J_h + mp^2$$

Una vez resuelta la cuestión de la inercia equivalente, el modelado del sistema es extremadamente simple, pues la relación entre el par aplicado y la velocidad angular de ese eje (el del husillo) está únicamente relacionado con la inercia total equivalente:

$\dfrac{\omega(s)}{\tau(s)} = \dfrac{1}{(J_v + J_h + mp^2)s}$, y como $V(s) = p \cdot \omega(s) \Rightarrow \dfrac{V(s)}{\tau(s)} = \dfrac{p}{(J_v + J_h + mp^2)s}$

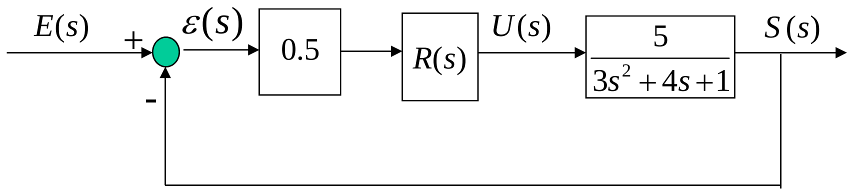
c) El control de velocidad sugerido correspondería al siguiente diagrama de bloques:



Al haber un integrador en la cadena directa el error de posición es cero.

Ejercicio 2 **3.5 puntos**

El esquema de control propuesto es el siguiente:



a) Como no se dice nada del error buscaremos un regulador sin integrador. Empezaremos probando con un regulador proporcional:

$$R(s) = K$$

La función de transferencia en bucle cerrado es:

$$\frac{S(s)}{E(s)} = \frac{2.5K}{3s^2 + 4s + 1 + 2.5K} = \frac{\frac{2.5K}{3}}{s^2 + \frac{4}{3}s + \frac{1+2.5K}{3}}$$

Para obtener sobreoscilación nula con el menor tiempo posible haremos que el sistema sea críticamente amortiguado ($\xi = 1$). El tiempo de respuesta nos dará el rango para ω_n:

$$Tr = \frac{4.75}{\omega_n} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \omega_n \geq 4.75$$

El valor de ω_n se puede obtener del coeficiente de la *s* de la ecuación característica:

$$\frac{4}{3} = 2\xi\omega_n \quad \Rightarrow \quad \omega_n = \frac{4}{6} = 0.67$$

Vemos que está fuera del rango hallado anteriormente, por lo que desechamos el regulador proporcional.

Un proporcional derivativo puro tampoco nos vale, pues produce acciones infinitas. Probaremos por lo tanto con un regulador PAF. Para ello hallaremos las raíces de la ecuación característica del sistema:

$$\frac{S(s)}{U(s)} = \frac{5}{3s^2 + 4s + 1} = \frac{5}{(3s+1)(s+1)}$$

Como la constante de tiempo mayor del sistema es 3, utilizaremos un regulador que la anule:

$$R(s) = K\frac{3s+1}{\alpha 3s + 1}$$

La función de transferencia en bucle cerrado es:

$$\frac{S(s)}{E(s)}=\frac{2.5K}{(\alpha 3s+1)(s+1)+2.5K}=\frac{\frac{2.5K}{3\alpha}}{s^2+\left(1+\frac{1}{3\alpha}\right)s+\frac{1+2.5K}{3\alpha}}$$

Ya hemos visto antes que el rango de ω_n , para ξ=1 (S.O.=0%) ha de ser:

$$\omega_n \geq 4.75$$

Elegimos ω_n =4.75. El valor de α lo obtenemos del coeficiente de la *s* de la ecuación característica:

$$1+\frac{1}{3\alpha}=2\xi\omega_n \quad \Rightarrow \quad \alpha=\frac{1}{6\xi\omega_n-3}=\frac{1}{6\cdot 1\cdot 4.75-3}=0.0392$$

El valor de *K* lo obtenemos del término independiente:

$$\frac{1+2.5K}{3\alpha}=\omega_n^2 \quad \Rightarrow \quad K=\frac{3\alpha\omega_n^2-1}{2.5}=0.6613$$

El regulador buscado es:

$$R(s)=0.6613\frac{3s+1}{0.1176s+1}$$

b) Primero calcularemos la función de transferencia que relaciona la entrada con la acción:

$$\frac{U(s)}{E(s)}=\frac{\frac{S(s)}{E(s)}}{\frac{S(s)}{U(s)}}=\frac{\frac{\frac{2.5K}{3\alpha}}{s^2+\left(1+\frac{1}{3\alpha}\right)s+\frac{1+2.5K}{3\alpha}}}{\frac{5}{3s^2+4s+1}}=\frac{2.8116\left(3s^2+4s+1\right)}{s^2+9.5034s+22.5616}$$

La acción en el instante inicial se obtiene aplicando el teorema del valor inicial:

$$\lim_{t\to 0}U(t)=\lim_{s\to\infty}sU(s)=\lim_{s\to\infty}sE(s)\frac{U(s)}{E(s)}=\lim_{s\to\infty}s\frac{2}{s}\frac{2.8116\left(3s^2+4s+1\right)}{s^2+9.5034s+22.5616}=16.8696$$

La acción en el instante final se obtiene aplicando el teorema del valor final:

$$\lim_{t\to\infty}U(t)=\lim_{s\to 0}sU(s)=\lim_{s\to 0}sE(s)\frac{U(s)}{E(s)}=\lim_{s\to 0}s\frac{2}{s}\frac{2.8116\left(3s^2+4s+1\right)}{s^2+9.5034s+22.5616}=0.2492$$

El error de seguimiento en régimen permanente al escalón de amplitud 2 es el siguiente:

$$ep=2\frac{1}{1+K_p}=\frac{2}{1+\lim_{s\to 0}0.5\left(0.6613\frac{3s+1}{0.1176s+1}\right)\frac{5}{3s^2+4s+1}}=\frac{2}{1+0.5\cdot 0.6613\cdot 5}=0.7538$$

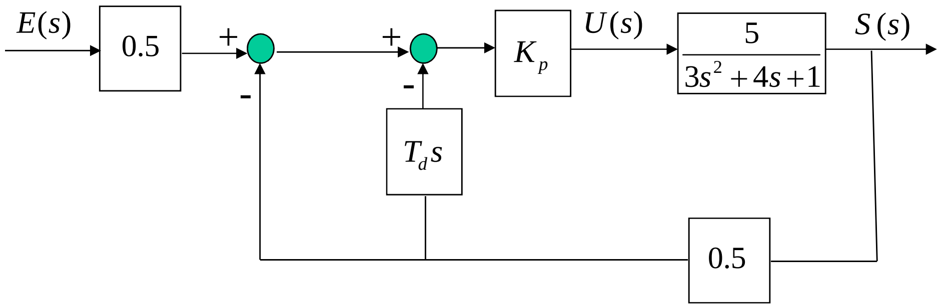
c) La salida en el dominio de Laplace tiene la siguiente expresión:

$$S(s) = E(s)\frac{S(s)}{E(s)} = \frac{2}{s}\cdot\frac{\frac{2.5K}{3\alpha}}{(s+\omega_n)^2} = \frac{1}{s}\cdot\frac{28.1165}{(s+4.75)^2}$$

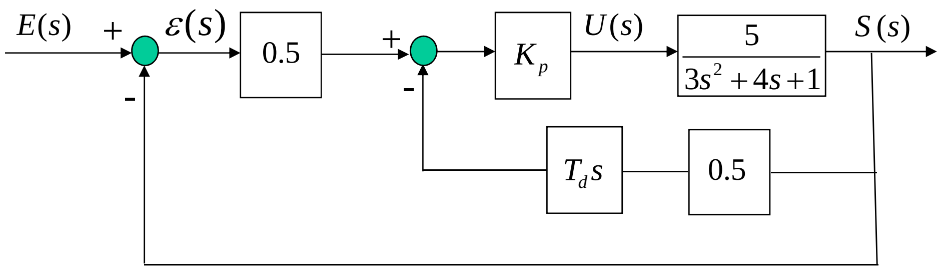
La respuesta de un sistema críticamente amortiguado ante una entrada escalón se obtiene directamente del formulario:

$$S(t) = \frac{28.1165}{4.75^2}\left(1-e^{-4.75t}(1+4.75t)\right) = 1.2462\left(1-e^{-4.75t}(1+4.75t)\right)$$

d) Probaremos un esquema de control PI-D, sin la parte integral, al no establecerse ninguna especificación relativa al error en el enunciado. El esquema de control P-D con el mismo sensor que el empleado en el control clásico es el siguiente:



Reestructuremos el diagrama de bloques para calcular *S(s)/E(s)*:



Primero calcularemos *S(s)/ε(s)*:

$$\frac{S(s)}{\varepsilon(s)} = 0.5\frac{\frac{5K_p}{3s^2+4s+1}}{1+0.5T_d s\frac{5K_p}{3s^2+4s+1}} = \frac{2.5K_p}{3s^2+(4+2.5K_pT_d)s+1}$$

Y finalmente la función de transferencia en bucle cerrado:

$$\frac{S(s)}{E(s)} = \frac{\frac{2.5K_p}{3}}{s^2+\frac{4+2.5K_pT_d}{3}s+\frac{1+2.5K_p}{3}}$$

Para obtener S.O.=0% supondremos que el sistema es críticamente amortiguado, por lo que ξ=1. El tiempo de respuesta nos ayudará a fijar la ω_n:

$$Tr = \frac{4.75}{\omega_n} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \omega_n \geq 4.75$$

Elegimos ω_n =4.75. Del término independiente de la ecuación característica obtenemos el valor de K_p:

$$\frac{1+2.5K_p}{3} = \omega_n^2 \quad \Rightarrow \quad K_p = \frac{3\omega_n^2 - 1}{2.5} = 26.675$$

El valor de T_d se sacará del segundo coeficiente de la ecuación característica:

$$\frac{4+2.5K_pT_d}{3} = 2\xi\omega_n \quad \Rightarrow \quad T_d = \frac{6\xi\omega_n - 4}{2.5K_p} = 0.3674$$

Para ver si coincide la respuesta dinámica con la obtenida en a) compararemos las dos funciones de transferencia del sistema en bucle cerrado. La del apartado a) es:

$$\frac{S(s)}{E(s)} = \frac{\dfrac{2.5K}{3\alpha}}{(s+\omega_n)^2} = \frac{14.0582}{(s+4.75)^2}$$

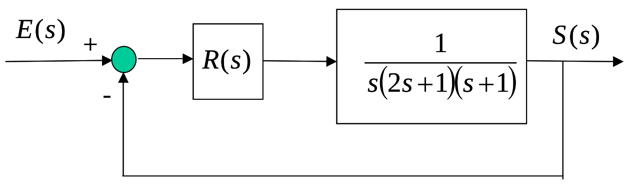
Y la de este último apartado:

$$\frac{S(s)}{E(s)} = \frac{\dfrac{2.5K_p}{3}}{(s+4.75)^2} = \frac{22.2292}{(s+4.75)^2}$$

Se observa que las dos funciones de transferencia tienen la misma ecuación característica pero distinta ganancia, por lo que su respuesta dinámica no será igual.

Ejercicio 3 **1.5 puntos**

El esquema de control utilizado para realizar el ensayo en bucle cerrado de Ziegler-Nichols es el siguiente:



donde $R(s)=K_p$ se ha de ir aumentando de forma gradual hasta que aparezcan oscilaciones sostenidas cuando la entrada es un escalón. Analíticamente es equivalente a encontrar el valor de $R(s)=K_{pc}$ que haga el sistema marginalmente estable.

Por lo tanto, habrá que analizar la estabilidad del sistema en bucle cerrado. La función de transferencia de este sistema es:

$$\frac{S(s)}{E(s)} = \frac{K_p}{2s^3 + 3s^2 + s + K_p}$$

A continuación aplicamos el criterio de estabilidad de Routh para obtener el valor de K_p que hace el sistema marginalmente estable.

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 2 & 1 \\ s^2 & 3 & K_p \\ s & \dfrac{3-2K_p}{3} & 0 \\ 1 & K_p & 0 \end{array}$$

El sistema será marginalmente estable cuando dos de las raíces de la ecuación característica sean imaginarias puras y de signo opuesto. Es decir, la fila correspondiente al término s debe ser toda de ceros:

$$\frac{3-2K_{pc}}{3}=0 \quad \Rightarrow \quad K_{pc}=1.5$$

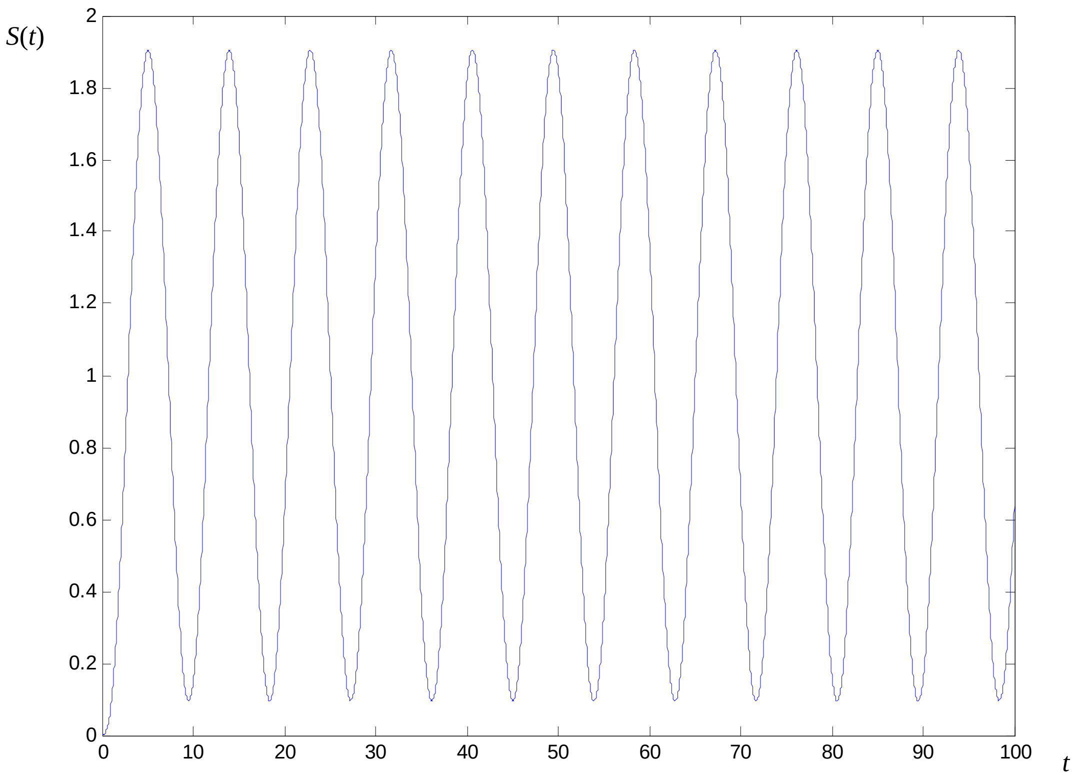
El polinomio anterior a la fila de ceros es divisor del sistema y contiene las dos raíces imaginarias puras buscadas:

$$3s^2+1.5=0 \quad \Rightarrow \quad s=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}j$$

El módulo de estas raíces determina la frecuencia de oscilación y de esta se obtiene el periodo de oscilación:

$$\omega_c=\frac{\sqrt{2}}{2}\,\text{rad/s} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{T_c}=\frac{2\pi}{\omega_c}=8.89\,\text{s}$$

Simulando el sistema para el valor de K_{pc}=1.5 se observa el comportamiento de la salida oscilatoria y se puede verificar el valor de T_c obtenido analíticamente.



Se nos pide que el sistema controlado debe de tener un error de velocidad nulo, por lo tanto el regulador a elegir será PI o PID. Como además se nos advierte de que existe una cantidad apreciable de ruido en la medida descartamos el PID por tener parte derivativa, ya que esta amplifica los ruidos de alta frecuencia, y nos quedamos con el PI. Entrando en la tabla, fila correspondiente al PI, con los valores de K_{pc} y T_c calculados obtenemos los valores de K_p y T_i:

$$K_p = \frac{K_{pc}}{2.2} = \frac{1.5}{2.2} = 0.6818 \quad ; \quad T_i = 0.83 T_c = 7.3752$$

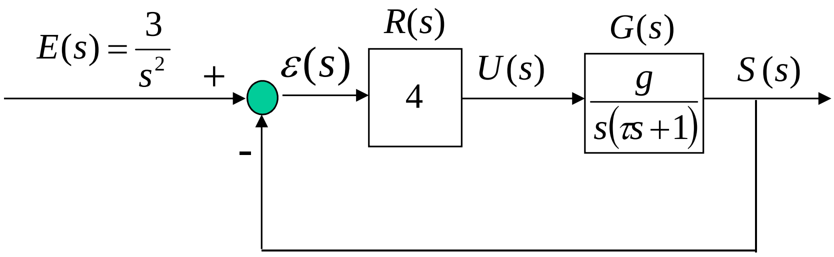
El regulador pedido es:

$$R(s) = Kp\left(1 + \frac{1}{Ti\ s}\right) = 0.6818\left(1 + \frac{1}{7.3752\ s}\right)$$

<u>Cuestiones Prácticas 1..4 (2.5 puntos)</u>

Cuestión 1

1. Para que el sistema tenga un error de velocidad constante en régimen permanente debe de poseer un integrador en su cadena directa. Como se nos dice que $G(s)$ es un sistema de segundo orden el diagrama de bloques quedaría como sigue:



La forma propuesta para $G(s)$ es la recogida en el diagrama.

2. El valor de g se calcula a partir del error de régimen permanente observado en la gráfica:

$$e_v = 3\frac{1}{K_v} = 3\frac{1}{\lim\limits_{s\to 0} s\dfrac{4g}{s(\tau s+1)}} = \frac{3}{4g} = 5 \quad \Rightarrow \quad g = \frac{3}{20}$$

3. La función de transferencia del sistema en bucle cerrado es:

$$\frac{S(s)}{E(s)} = \frac{4g}{\tau s^2 + s + 4g}$$

La respuesta a una rampa tendrá la siguiente forma:

$$S_1(s) = \frac{p}{s^2}\cdot\frac{4g}{\tau s^2 + s + 4g} = \frac{1}{s}\cdot\frac{4gp}{\tau s^3 + s^2 + 4gs}$$

Y la respuesta al impulso unitario:

$$S_2(s) = 1\cdot\frac{4g}{\tau s^2 + s + 4g} = \frac{1}{s}\cdot\frac{4gs}{\tau s^2 + s + 4g}$$

Un posible código en Matlab sería el siguiente:

```
tfinal=input ('tiempo final de simulación: ');
tau=input('constante de tiempo del sistema: ');
g=3/20;
p=input('pendiente de la rampa: ');
% función de transferencia para la rampa:
num1=4*g*p;
den1=[tau  1  4*g  0];
num2=[4*g  0];
den2=[tau  1  4*g];
periodo=tfinal/1000;
t=0:periodo:tfinal;
e=ones(length(t),1);
s1=lsim(num1,den1,e,t);
s2=lsim(num2,den2,e,t);
plot(t,s1,t,s2)
grid
```

Cuestión 2

Se deja la resolución al lector.

REGULACION AUTOMATICA

Resolución del Examen de 9-6-2009

Primera convocatoria (segundo parcial)

Ejercicio 1 **3 puntos**

a) Del diagrama de fase se observa que no hay polos en el origen ya que parte de 0º

Como para frecuencias elevadas alcanza -180º indica que hay dos polos.

Cálculo de la ganancia:

$$20 \log K=0 \Rightarrow K=1$$

El primer polo lo localizaremos donde la curva real se separa -3 dB de la asíntota horizontal y eso ocurre para $\omega_1=0.2$.
Trazando la recta de pendiente de -20 dB/dec. El segundo polo se identifica para $\omega_2=2$

$$G(s)=\frac{1}{(1+0.5s)(1+5s)}$$

b)
Como $\varepsilon_p=0$ deberemos colocar un integrador. Para ello necesitamos un P.I., por lo tanto sólo necesitaremos identificar el polo más lento del sistema para poderlo simplificar con el PI.

$$R(s)=K_R\frac{1+5s}{s}$$

$$S.O.\leq 10\% \rightarrow \xi=0,6 \Rightarrow \left\{\frac{\omega_c}{\omega_n}=0,7\right. \quad ; M_f^{\,d}=60(gráficas)$$

$$t_r\leq 10sg \Rightarrow \frac{\pi}{\xi\omega_n}\leq 10 \Rightarrow \omega_n\geq 0,5236$$

$$\frac{\omega_c}{\omega_n}=0,7 \Rightarrow \omega_c^{\,d}\geq 0,4$$

$t_r \leq 10$ segundos

A la frecuencia de corte deseada el módulo (en unidades) del regulador PI es 5.59 y el argumento es de -26.56º

Calculamos el margen de fase del sistema +PI a la frecuencia de corte deseada 0.4

$$M_f = M_f(sistema) + \arg umento(PI) = 108.5º - 26.56º = 81.94º \geq M_f^d$$

Ajuste de la ganancia

$$20\log\left|G(jw)\right| + 20\log K_R + 20\log 5{,}59 = 0$$

$$-7.14 + 20\log K_R + 20\log 5{,}59 = 0$$

$$K_R = 0.4070$$

$$R(s) = 0.4070\frac{1+5s}{s}$$

Ejercicio 2 **4,5 puntos**

a) A la vista de la ecuación de de control incluida en el algoritmo ($u_k = u_{k-1} + 20(e_k - 0.9672e_{k-1})$), podemos aplicar la transformada Z inversa con el fin de obtener la siguiente función de transferencia:

$$R(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = 20\frac{1-0.9672z^{-1}}{1-z^{-1}} = 20\frac{z-0.9672}{z-1}$$

b) Para poder analizar el comportamiento del sistam controlado, deberemos contar con un modelo válido del mismo. Para ello, deberemos discretizar el conjunto bloqueador-sistema a controlar, considerando adicionalmente la función de transferencia del regulador obtenida en a)

$$B_0G(z) = Z\left(L^{-1}\left(B_0(s)G(s)\right)\right) = (1-z^{-1})Z\left(L^{-1}\left(\frac{G(s)}{s}\right)\right) = \frac{z-1}{z}\left(L^{-1}\left(\frac{0.5}{s(1+3s)}\right)\right) = \frac{0.016392}{z-0.9672}$$

$$F(z) = \frac{R(z)B_0G(z)}{1+R(z)B_0G(z)} = \frac{0.3278}{z-0.6722}$$

Como puede verse, un sistema de ***primer orden simple estable*** (un único polo en z = 0.6722)

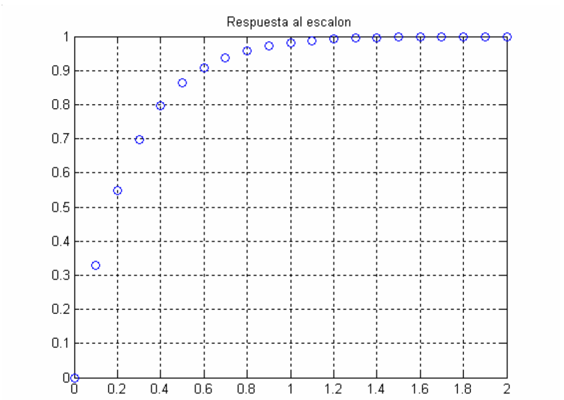
Transitorio: a través del sistema continuo equivalente al escalón podremos conocer la ubicación del único polo en s, y por tanto su tiempo de respuesta:

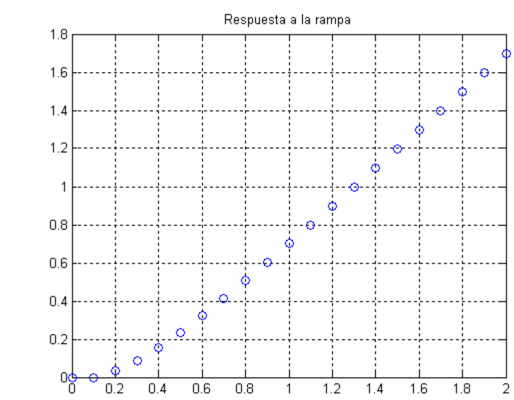
$$z = e^{sT} \Rightarrow s = \frac{\ln(z)}{T} = \frac{\ln(0.6722)}{0.1} = -3.9720 = -\frac{1}{\tau} \Rightarrow tr = 3\tau \cong 0.75seg.$$

Permanente: al incluir un integrador en la cadena directa (el del regulador), el sistema será tipo 1, por lo que los errores de posición y de aceleración serán cero e infinito respectivamente. En cuanto al error de velocidad:

$$e_v = \frac{T}{K_v} = \frac{0.1}{\lim\limits_{z\to 1}\left((z-1)\frac{20\cdot 0.016392}{z-1}\right)} = 0.305$$

A continuación se muestran las respuestas de *F(z)* al escalón y a la rampa unitarias





c) La acción inicial es fácilmente deducible siguiendo la traza de la primera ejecución del algoritmo de control:, arrojando un valor de 40. La acción final también podremos deducirla, pues como el error es 0, la salida permanecerá en 2, lo que requiere forzosamente un valor de acción de 4 debido a que la ganancia estática del sistema a controlar es 0.5.

De una forma más ortodoxa, podríamos obtener U(z) y aplicar los teoremas de valor inicial y final:

$$U(z) = R(z)\left(1 - F(z)\right)\frac{2z}{z-1} = 20\,\frac{z-0.9672}{z-1}\left(1 - \frac{0.3278}{z-0.6722}\right)\frac{2z}{z-1} = 40\,\frac{z-0.9672}{z-1}\,\frac{z}{z-0.6722}$$

$$u(0) = \lim_{z\to\infty} U(z) = 40$$

$$u(\infty) = \lim_{z\to 1}(z-1)U(z) = \lim_{z\to 1} 40\,\frac{z-0.9672}{z-0.6722} = 4$$

d) De los métodos posibles se va a implementar el método de inicialización de la acción anterior con el fin de propiciar el seguimiento de la acción manual. Este método se basa en asignar un valor nulo a todas aquellas variables relativas a instantes previos salvo la acción anterior (en este caso, el error anterior). De esta forma, despejando acción anterior:

$$u_{manual} = u_{c-1} + 20e_c \Rightarrow u_{c-1} = u_{manual} - 20e_c$$

El algoritmo podría quedar como sigue:

```
Inicio
       Acción_anterior:=0;
       Error_ant:=0;
       Siguiente:= Leer_Reloj;
       Bucle
             Referencia:= Leer_Referencia;
             Salida:= Leer_Salida;
             Error:= Referencia – Salida;
             Si modo_manual
                      Acción:=Acción_manual;
                      Acción_ant:=Acción_manual-20*Error;
                      Error_ant:=0;
             Si_no
                      Acción:= Acción_ant + 20*Error - 20*0.9672*Error_ant;
                      Acción_ant:=Acción;
                      Error_ant:= Error;
             Fin_si
             Aplicar_Acción(Acción);
             Siguiente:=Siguiente + 0.1;
             Esperar_hasta(Siguiente)
       Fin_Bucle
Fin
```

e) En las circunstancias enunciadas, la salida en modo manual estaría estabilizada en 0.5*3.8=1.9, con lo que el error en el instante de cambio sería 0.1. Ello determina una inicialización de Acción_ant de valor 3.8 – 20*0.1 = 1.8.

La primera ejecución en modo automático será: Acción:= 1.8 + 20*0.1 = 3.8, con lo que queda demostrado el correcto funcionamiento del método.

Cuestiones Prácticas 5..9 (2.5 puntos)

Cuestión 1 (0.2 puntos)

El error de posición se calcula:

$$\varepsilon = ref - (2\cdot\varepsilon + 5000)\cdot 1 \Rightarrow \varepsilon = \frac{ref - 5000}{3} = -1000$$

Cuestión 2 (1.3 puntos)

La acción de control implementada en Labview es:

$$u = (ref * K_t - V_t)\cdot K_1 \text{ (0.65 puntos)}$$

(a) Dado que el sistema tiene un integrador en la cadena directa (sistema de tipo 1) el error de posición es cero. Si el error de posición es cero, la acción en régimen permanente, proporcional al error, también es cero:

$$\lim_{t\to\infty} U(t) = \lim_{t\to\infty} K_1\cdot\varepsilon(t) = K_1 \lim_{t\to\infty}\varepsilon(t) = K_1\cdot e_p = 0 \text{ (0.4 puntos)}$$

(b) El regulador utilizado es un regulador proporcional de constante K_1. Para obtener el tiempo de respuesta se obtendrá la función de transferencia en bucle cerrado:

$$F(s) = \frac{0.57\cdot K_1\cdot K_t}{0.05s^2 + s + 0.57\cdot K_1} = \frac{11.4\cdot K_1\cdot K_t}{s^2 + 20s + 11.4\cdot K_1} \text{ (0.1 puntos)}$$

Siendo un sistema de segundo orden, el menor tiempo de respuesta se obtiene para $\xi = 0.7$ (0.15 puntos; 0.05 si se han hecho los cálculos con $\xi = 1$), de donde:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= 0.7 \\ 2\xi\omega_n &= 20 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \omega_n = 14.29$$

Por otro lado: $\omega_n^2 = 11.4\cdot K_1 \Rightarrow K_1 = 17.9$

Cuestión 3 (1 punto)

(a) Las tareas de control son periódicas, por lo cual la rutina que se ejecuta cada período de muestreo deberá formar parte de la atención al evento *Timer_tick* del reloj *Timer*. (0.5 puntos; 0.2 si se ha mencionado Callback_Function)

(b) El cambio de nombre en el panel de control se hace utilizando el campo *Label* del elemento *Label appearance*. (0.5 puntos)