PROBLEMAS DE ANALISIS FRECUENCIAL

PROBLEMA 1

Dado un sistema cuya función de transferencia en B.A. es:

$$G(s) = \frac{1}{s(s^2 + 0{,}5s + 1)}$$

a) Dibujar el diagrama polar indicando el M_f y calcular el M_g

b) ¿ Es estable en B.C.? si no lo es calcular el regulador más sencillo para que sea estable

a)

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega(1 - \omega^2 + 0{,}5\,j\omega)}$$

- Para bajas frecuencias: domina la ganancia estática

$$|GH| = \infty$$
$$\underline{|G} = -90\{\omega \to 0\}$$

- Para altas frecuencias: Hay que tener en cuenta todos los polos.

$$|G| = 0$$
$$\underline{|G} = 3(-90) = -270\{\omega \to \infty\}$$

- Asíntotas: como hay un polo en el origen habrá asíntota vertical.

$$G(j\omega) = \frac{-0{,}5\omega^2}{\omega^6 - 1{,}75\omega^4 + \omega^2} + j\frac{\omega^3 - \omega}{\omega^6 - 1{,}75\omega^4 + \omega^2}$$

$$\lim_{\omega \to 0} R_e = -0{,}5$$

- Corte con los ejes:

$$\text{C.I.} \Rightarrow R_e = 0 \Rightarrow \omega = \infty$$
$$\text{C.R.} \Rightarrow \text{Im} = 0 \Rightarrow \omega^2 - 1 = 0 \Rightarrow \omega = 1$$

Sustituyendo $\omega = 1$ en la parte real tendremos el punto de corte:

$$R_e(\omega = 1) = -2$$

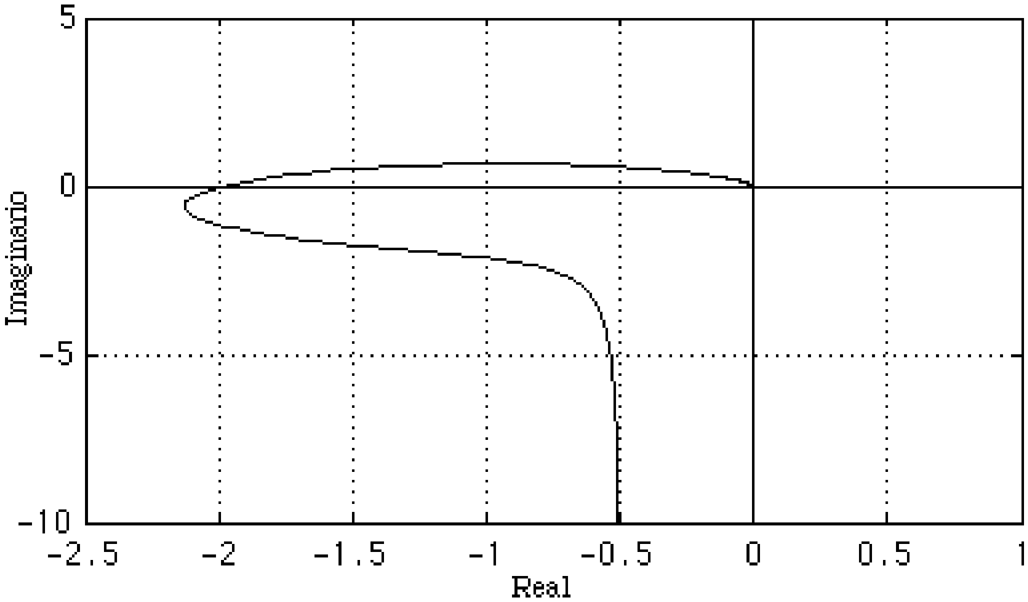


Figura 1. Diagrama polar del sistema.

b) Es un sistema inestable (el punto crítico queda a la derecha). Se puede estabilizar reduciendo la ganancia. Para ello hay que multiplicar por algo que sea menor que el margen de ganancia. Por ejemplo:

$$0{,}4 < \frac{1}{2} \Rightarrow k = 0{,}4$$

En este caso el punto (-2 0) se desplaza a (-0,8 0) y el punto crítico queda a la izquierda $\Rightarrow$ SISTEMA ESTABLE.

PROBLEMA 2

Dados los diagramas de ganancias y fase de un sistema determinar el regulador más sencillo para que cumpla las siguientes especificaciones.

a) $S.O. \leq 13\% \quad \varepsilon_p \leq 0,01$

b) $S.O. \leq 13\% \quad \varepsilon_v \leq 0,1 \quad t_r \leq 2,14sg$

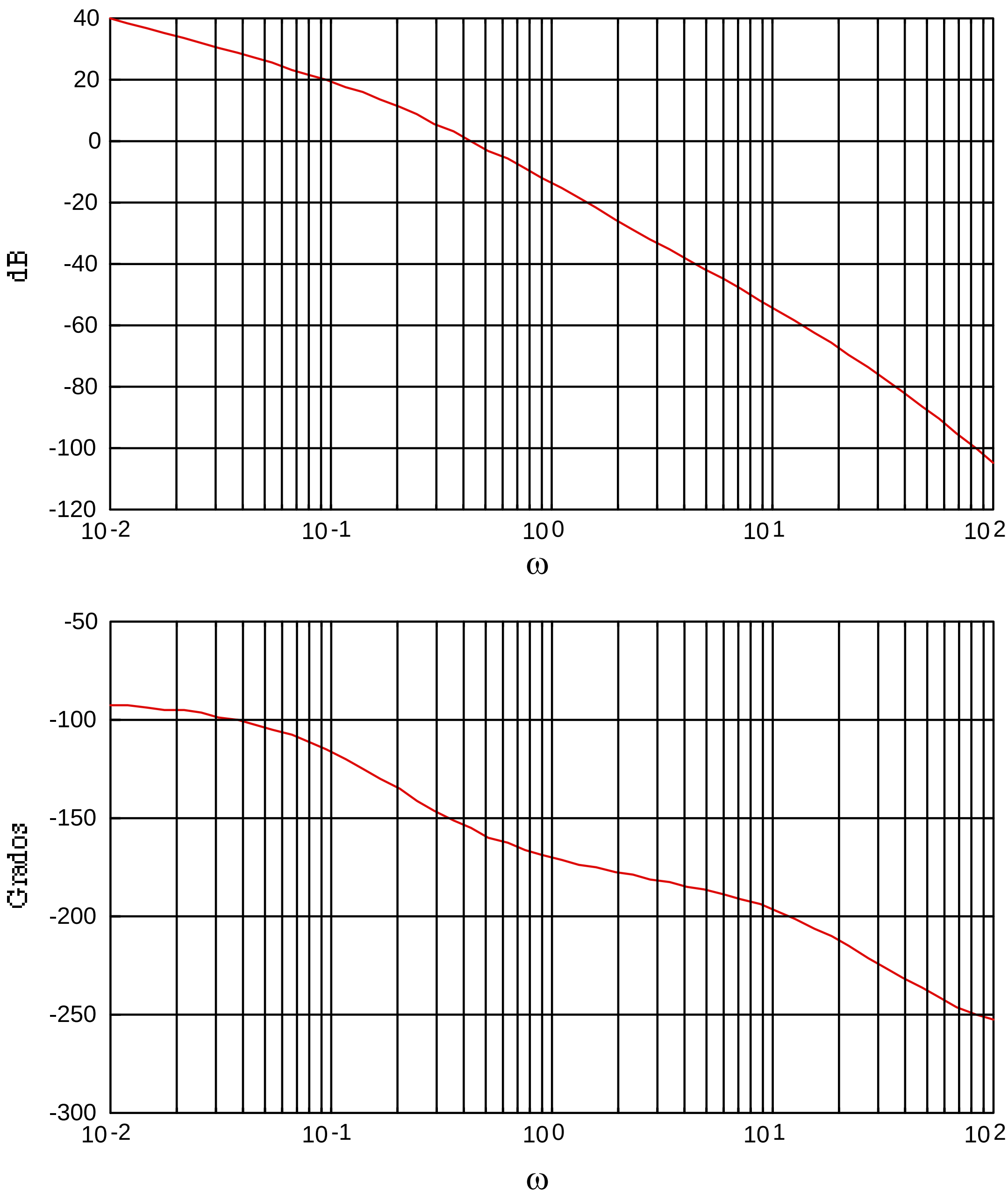


Figura 2. Diagrama de Bode del sistema.

a) Identificación del sistema

Primero hay que analizar si hay polos en el origen y calcular la ganancia estática.
El sistema tiene un polo en el origen ya que parte con una pendiente de -20 dB/década y la fase empieza en -90º

Ganancia estática

Para frecuencias bajas lo único que influye es la ganancia estática y los polos y ceros en el origen.

$$\omega \to 0 \begin{cases} K \\ \dfrac{1}{j\omega} \end{cases}$$

$$A(dB)_{\omega=0,01} = 40dB = 20\log K + 20\log\left|\frac{1}{j\omega}\right| = 20\log K + 20\log\left|\frac{1}{0,01}\right|$$

$$40 = 20\log K + 40 \Rightarrow K = 1$$

Como al aumentar la frecuencia se produce un desfase desde -90º hasta -270º, indica que tendremos dos polos

Trazaremos una asíntota de -20 dB/dec y donde la diferencia entre la asíntota y la curva real difiera 3 dB tendremos el primer polo. Luego trazaremos una asíntota de -40 dB/dec y procederemos del mismo modo

$$G(s) = \frac{1}{s(1+5s)(1+0,033s)}$$

Por ser un sistema de tipo $1 \Rightarrow \varepsilon_p = 0$

$$S.O. \leq 13\% \xrightarrow{\text{grá ficas}} M_f \geq 55º \quad \text{Tomamos: } M_f = 57º$$

Sobre el diagrama de fase marcamos $M_f = 57º$

Para $M_f = 57º$ se necesita $\omega_c = 0,12$ para lo cual habrá que bajar la ganancia 17 dB.
Por lo tanto:

$$20\log K_R = -17dB \Rightarrow K_R = 0,14$$

Por lo tanto con un regulador proporcional de $K_R = 0,14$ obtendremos las especificaciones requeridas.

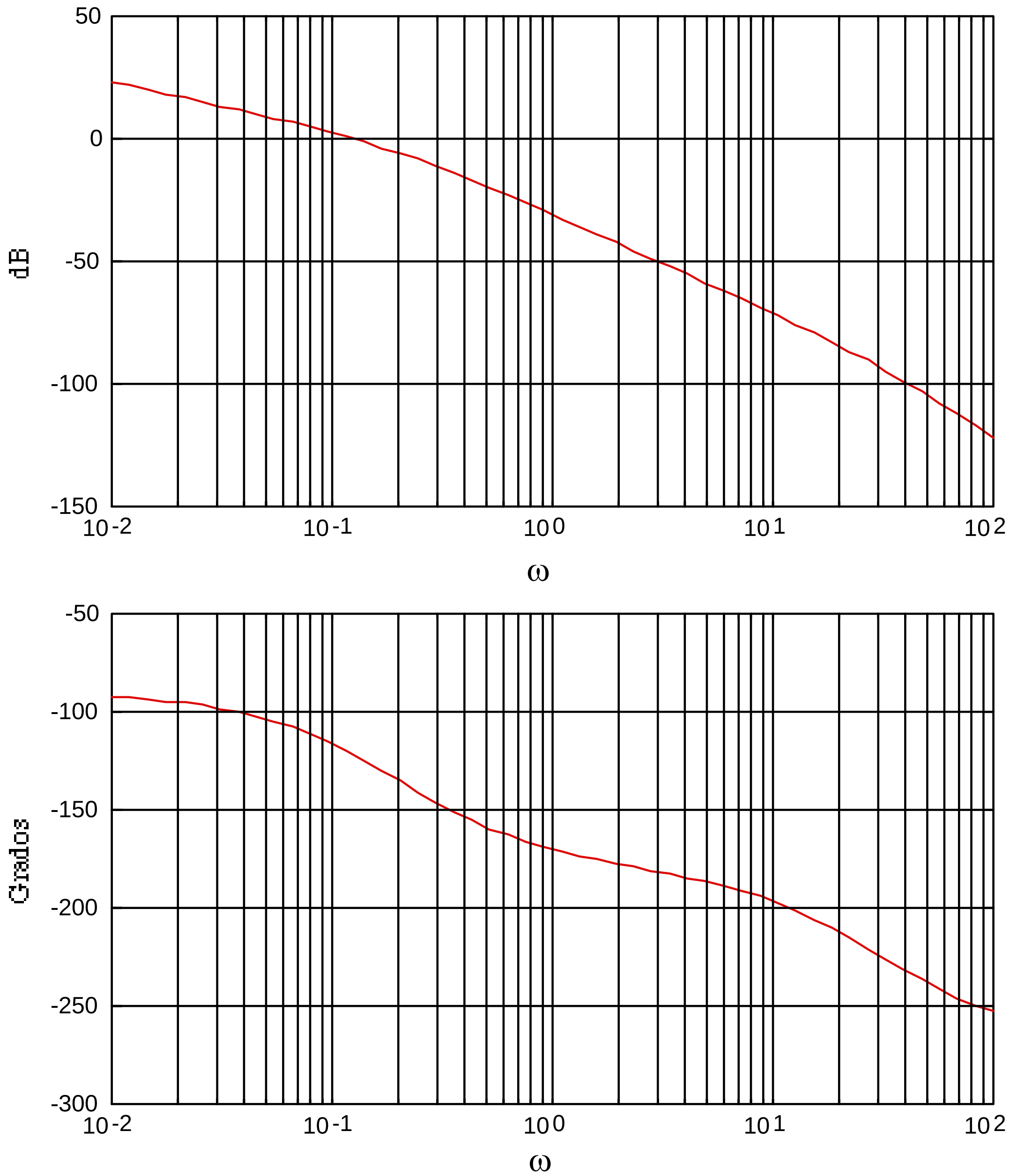


Figura 3. Diagrama de Bode del sistema corregido al introducirle el R.P. $(K_R = 0,14)$.

b) Regulador que cumpla

$$S.O. \leq 13\% \quad \varepsilon_v \leq 0,1 \quad t_r \leq 2,14sg.$$

1- Ajuste del permanente

$$\varepsilon_v = \frac{1}{K_v}$$

$$K_v = \lim_{s \to 0} sR(s)G(s) = K_R$$

$$\frac{1}{K_R} \leq 0,1 \Rightarrow K_R \geq 10$$

2- Margen de fase y frecuencia de corte deseados

$S.O. \leq 13\% \xrightarrow{\text{grá ficas}} M_f \geq 55º$

$S.O. \leq 13\% \Rightarrow \xi \geq 0{,}55 \xrightarrow{\text{grá ficas}} \dfrac{\omega_c}{\omega_n} = 0{,}75$

$t_r = \dfrac{\pi}{\xi\omega_n} \leq 0{,}24 \Rightarrow \omega_n \geq 2{,}66$ $\Big\} \; \omega_c{}^d = 2$

3- Regulador avance de fase

$$R(s) = k\frac{1+\tau s}{1+\alpha\tau s} \qquad 0 < \alpha < 1$$

Para $\omega = 2$ tenemos una fase de 4º por lo tanto el avance de fase necesitará introducir:

$\phi_{max} = M_f{}^d - M_f{}^{sist} + 6º$;6º margen de seguridad

$\phi_{max} = 55 - 4 + 6 = 57º$;$\phi_{max} = 57º$

como $\alpha = \dfrac{1 - sen\,\phi_{max}}{1 + sen\,\phi_{max}} = 0{,}087$;$\alpha = 0{,}087$

Colocamos el AF. en la frecuencia de corte deseada:

$$\omega_c{}^d = \omega_{max} = \frac{1}{\tau\sqrt{\alpha}} = 2 \Rightarrow \tau = 1{,}7 \qquad ;\alpha\tau = 0{,}15$$

4- Ajuste de la ganancia en $\omega_c{}^d = 2$

$$20\log|RG|_{\omega=2} = 20\log|G|_{\omega=2} + 20\log K_R + 10\log\frac{1}{\alpha}$$

Ganancia que introduce el P.A.F.

$$20\log|RG|_{\omega=2} - 26 + 20\log 10 + 10\log\frac{1}{0{,}087} = 4{,}6 > 0$$

Por lo tanto para $\omega_c = 2$ no se produce la frecuencia de corte porque el diagrama sobrepasa 4,6 dB. Es decir deberemos reducir ganancia.
Para reducir la ganancia necesitamos un retraso de fase.

$$R'(s) = \frac{1+\alpha'\tau' s}{1+\tau' s}$$

$20\log|R'|_{\omega=2} = -4{,}6$ (que es la ganancia que sobra)

$$-4{,}6 = 20\log\alpha' \Rightarrow \alpha' = 0{,}59$$

La frecuencia de fase se coloca una década más hacia la izquierda que la frecuencia de corte deseada:

$$\frac{1}{\alpha' \tau'} = \frac{\omega_c{}^d}{10} = 0,2 \Rightarrow \tau' = 8,47$$

REGULADOR COMPLETO:

$$R(s) = 10 \frac{1+1,7s}{1+0,15s} \frac{1+5s}{1+8,47s}$$

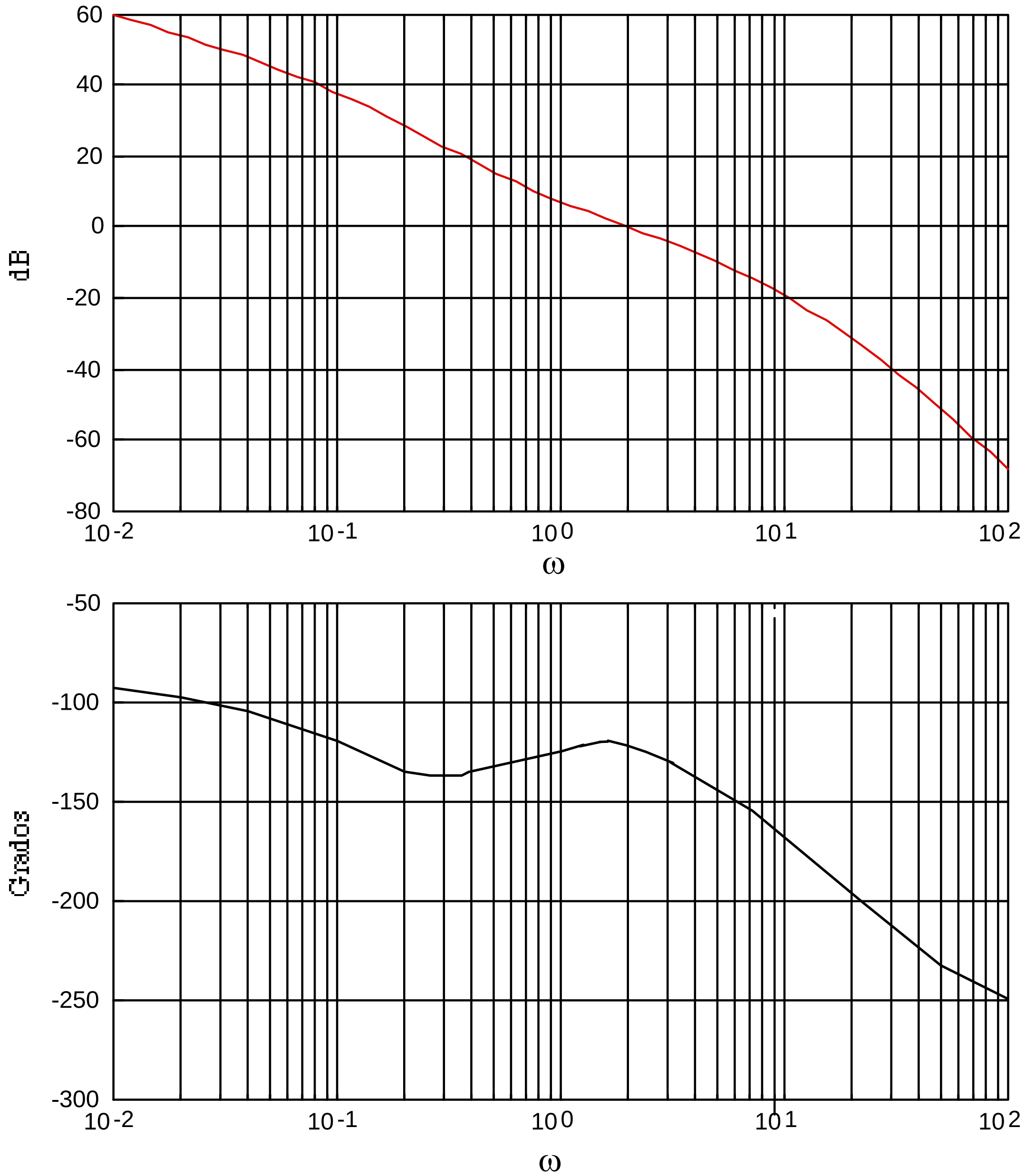
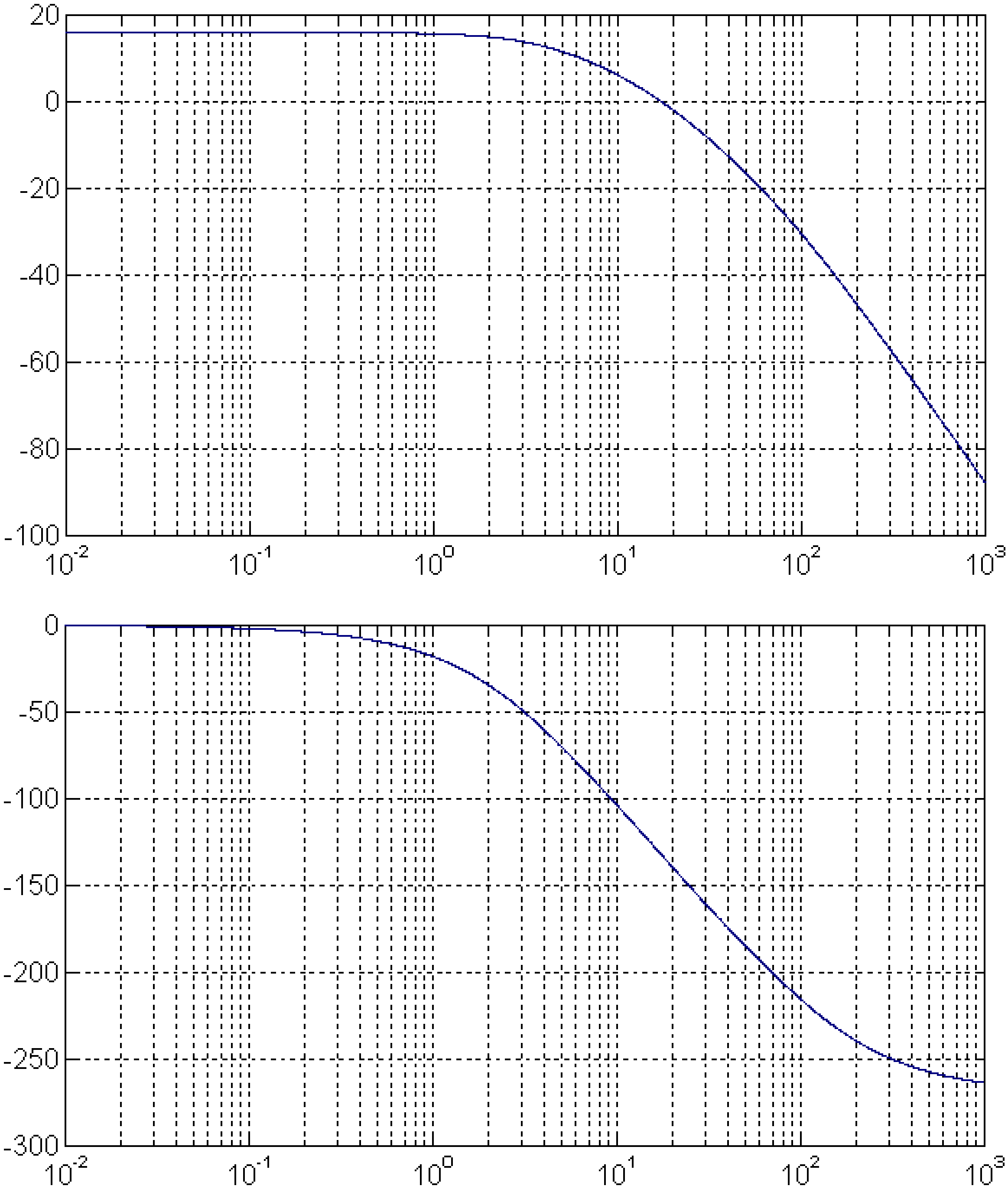


Figura 4. Diagrama de Bode del sistema completo al introducir el corrector apropiado.

PROBLEMA 3

Dado el siguiente diagrama de Bode calcular el regulador más sencillo para que cumpla las siguientes especificaciones

$$\varepsilon_P = 0$$
$$S.O. \leq 10\%$$
$$t_r \leq 2sg$$



...

Figura 5. Diagrama de Bode del sistema.

1- Identificación del sistema

Del diagrama de fase se observa que no hay polos en el origen ya que parte de 0º

Como para frecuencias elevadas alcanza -270º indica que hay tres polos.

Como $\varepsilon_p = 0$ deberemos colocar un integrador. Para ello necesitamos un P.I., por lo tanto sólo necesitaremos identificar el polo más lento del sistema para poderlo simplificar con el PI.

Cálculo de la ganancia:

$$20 \log K = 16 \Rightarrow K = 6,3$$

El primer polo lo localizaremos donde la curva real se separa 3 dB de la asíntota horizontal y eso ocurre para $\omega_1 = 4$.

Si identificáramos totalmente el sistema éste sería:

$$G(s) = \frac{6,3}{(1+0,25s)(1+0,056s)(1+0,011s)}$$

$$\tau_1 = 0,25 \qquad \frac{1}{\tau_1} = 4 \quad \text{(polo más lento)}$$

2- Ajuste permanente

- El sistema es de tipo cero porque no tiene polos en el origen

- Para que $\varepsilon_p = 0$ necesitamos un PI.

$$R(s) = K\frac{1+\tau_i s}{s}$$

Donde τ_i deberá ser la mayor cte. de tiempo $\Rightarrow \tau_i = 0,25$.
Al colocar un PI conviene volver a dibujar el diagrama para ver las modificaciones que introduce el PI.

$$S.O. \leq 10\% \rightarrow \xi = 0,6 \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\omega_c}{\omega_n} = 0,7 \end{cases} \quad ; M_f^{\,d} = 60(gráficas)$$

$$t_r \leq 2sg \Rightarrow \frac{\pi}{\xi\omega_n} \leq 2 \Rightarrow \omega_n \geq 2,6$$

$$\frac{\omega_c}{\omega_n} = 0,7 \Rightarrow \omega_c^{\,d} \geq 1,8$$

Esta es la mínima frecuencia de corte que necesitamos. Así que tomaremos una frecuencia de corte superior para que el sistema sea más rápido.

Tomamos:

$$K = 1$$

$$\omega = 5$$

$$\begin{array}{lll} G(j\omega)\big|_{\omega=5} \rightarrow & 12dB & -67º \\ \dfrac{1+0,25j\omega}{j\omega}\Big|_{\omega=5} \rightarrow & \underline{-10dB} & \underline{-39º} \\ & 2dB & -106º \quad \Rightarrow M_f = -106+180 = 74º > 60º \end{array}$$

Hay que atenuar la ganancia para que corte 0 dB en $\omega = 5$.

$$20 \log K_i = -2 \Rightarrow K_i = 0,79$$

$$R(s) = 0{,}79\,\frac{1 + 0{,}25s}{s}$$

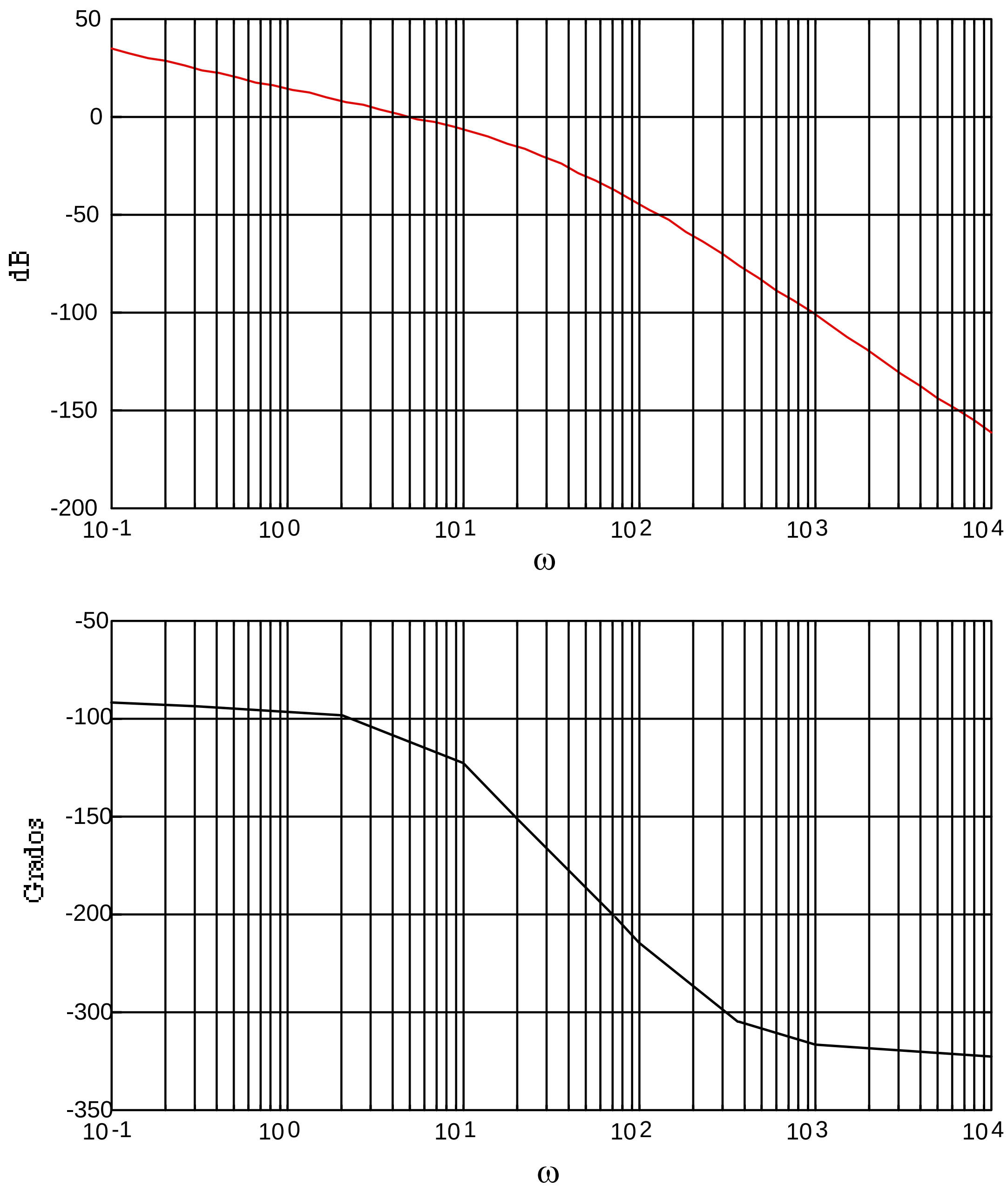


Figura 6. Diagrama de Bode del sistema corregido.

PROBLEMA 4

Identificar el siguiente sistema y calcular el regulador para

$$\varepsilon_p = 0$$
$$S.O. \leq 30\%$$
$$t_r \leq 0{,}58 \text{ seg.}$$

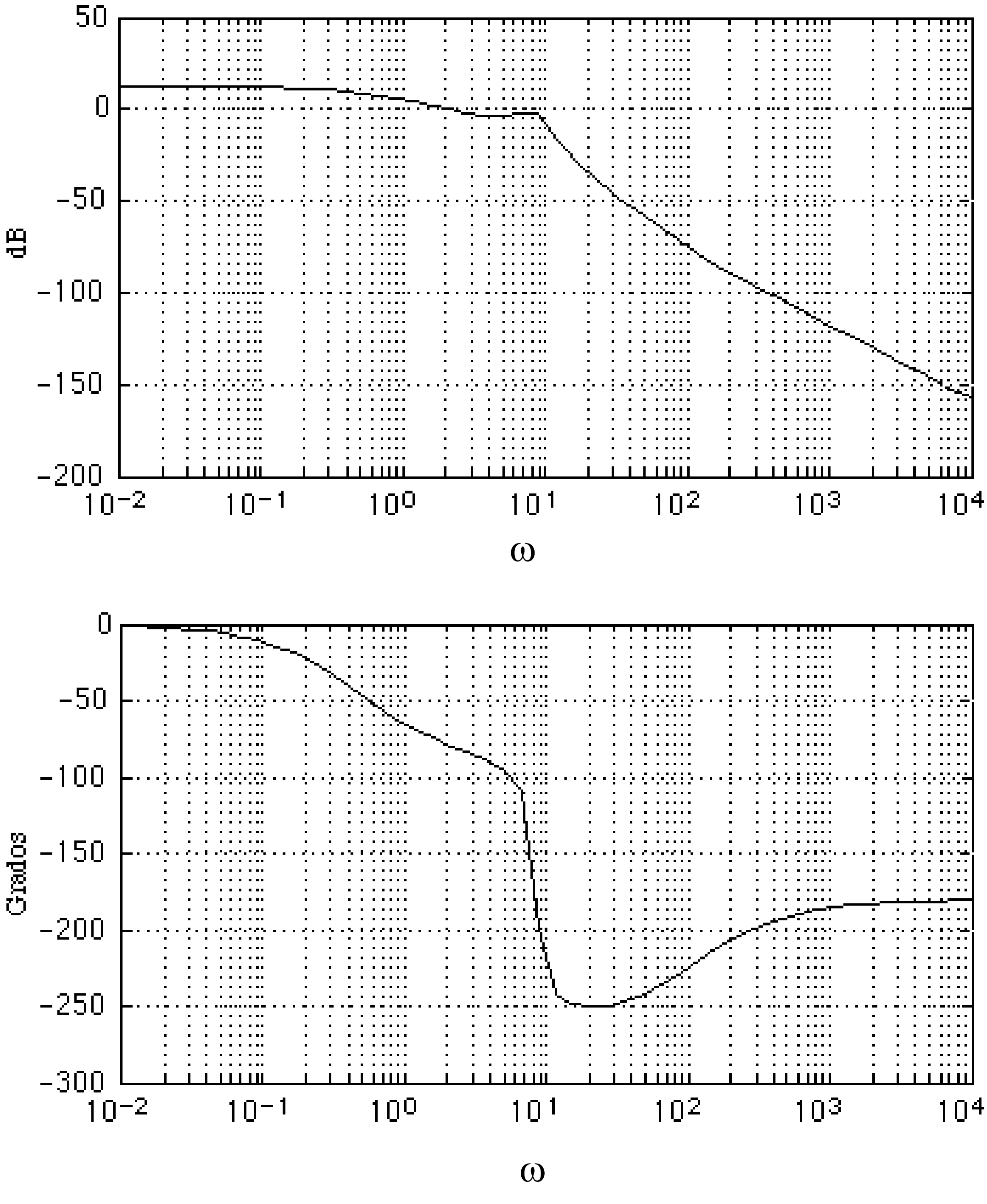


Figura 7 .Diagrama de Bode del sistema a identificar.

IDENTIFICACIÓN DEL SISTEMA:
- No hay polos en el origen ya que empieza con fase cero
- tiene un polo simple
- tiene dos polos complejos conjugados ($\xi < 0{,}7$)por haber pico de resonancia
- tiene un cero

$$G(s) = K \frac{(1 + \frac{1}{\omega_2} s)}{(1 + \frac{1}{\omega_1} s)(1 + \frac{2\xi}{\omega_n} s + \frac{1}{\omega_n^2} s^2)}$$

Ganancia:
- Para frecuencias bajas: $20 \log K = 12 \Rightarrow K = 4$
- Trazamos la asíntota horizontal y para $\omega = 0{,}5$ hay una separación de $3\ dB$

$$\omega_1 = 0{,}5$$

- Trazamos la siguiente asíntota de pendiente $-20\ dB/dec$
- Medimos el pico de resonancia

$$Q_{dB} = 11 dB \Rightarrow Q_{un} = 3{,}4$$

$$Q = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \Rightarrow \xi = 0{,}15$$

- Buscamos la frecuencia de resonancia, es decir la frecuencia para la cual se produce el pico

$$\omega_r = 9{,}7$$

$$\frac{\omega_r}{\omega_n} = \sqrt{1-2\xi^2} = 0{,}97 \Rightarrow \omega_n = 10$$

- Trazamos la asíntota de $-40\ dB/dec.$

Para $\omega = 100$ tenemos una separación de $3\ dB$

$$\omega_2 = 100$$

$$G(s) = 4 \frac{(1 + 0{,}01 s)}{(1 + 2s)(1 + 0{,}03 s + 0{,}01 s^2)}$$

Para que $\varepsilon_p = 0$ necesitamos tipo 1 $\Rightarrow$ PI
diseñaremos un PI que anule el polo más lento $\omega_1 = 0{,}5$

$$PI = \frac{1 + \frac{1}{0{,}5} s}{s}$$

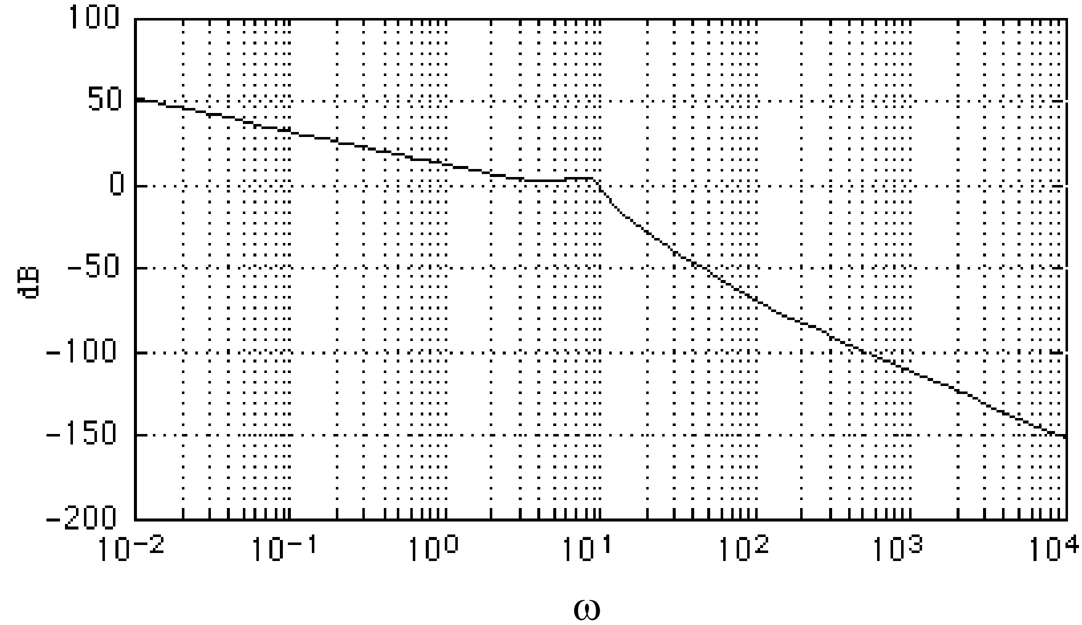
$$\left.\begin{array}{l} s.o. \le 30\% \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} M_f \ge 38^o \\ \xi \ge 0{,}36 \Rightarrow \frac{\omega_c}{\omega_n} = 0{,}9 \end{array} \right. \\ t_r \le 0{,}58 \Rightarrow \frac{\pi}{\xi\omega_n} < 0{,}58 \Rightarrow \omega_n \ge 15 \end{array} \right\} \omega_c \ge 13{,}5$$

Tomamos $\omega = 14$

En el Bode del proceso:	$\lvert G \rvert = -19\ dB$
	$\underline{\lvert G} = -245^o$
Para el PI:	$\lvert PI \rvert = 6\ dB$
	$\underline{\lvert PI} = -90 + 88 = -2^o$
Proceso y $PI\ (G + PI)$:	$\lvert G+PI \rvert = -13\ dB$
	$\underline{\lvert G + PI} = -247^o$

Hay que aumentar la fase ya que necesitamos un $M_f = 38^o$

Para ello colocaremos un A.F.



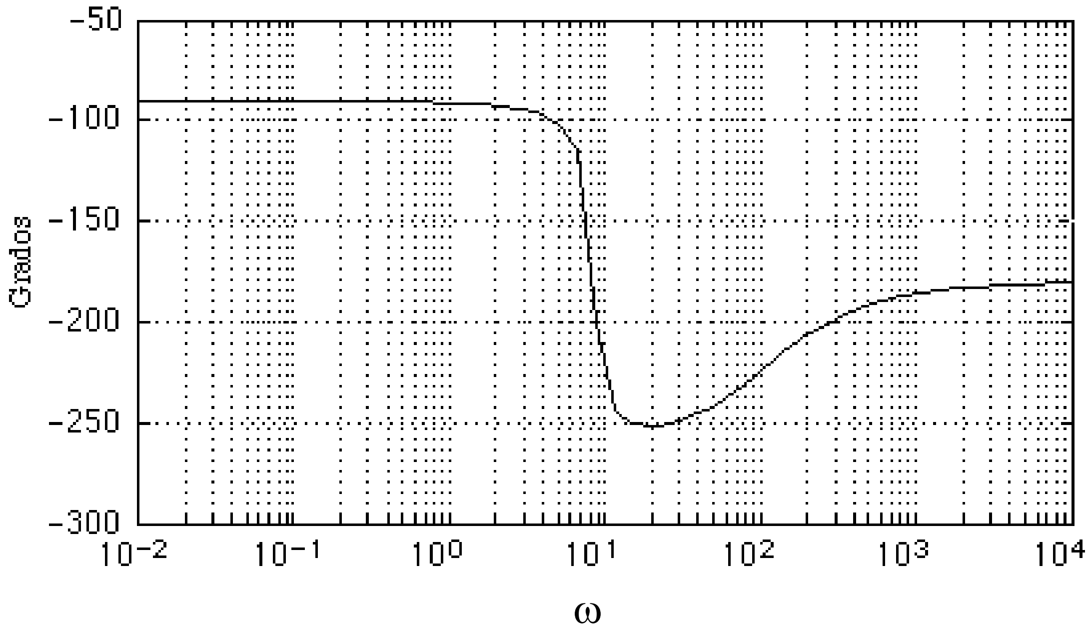


Figura 8. Diagrama de Bode del sistema con el regulador PI.

$$\varnothing = 247 - 180 + 38 + 9 = 114^o$$

Deberemos colocar dos AF, ya que un AF ideal como mucho avanzaría *90º* la fase y un AF real como mucho avanza *70º*

A cada AF le asignaremos la mitad: *57º*

$$\alpha = \frac{1 - sen\,57}{1 + sen\,57} = 0{,}09 \qquad \omega_{max} = \omega_c = 14 = \frac{1}{\tau\sqrt{\alpha}} \Rightarrow \tau = 0{,}24$$

Tenemos que exigir que la frecuencia de cruce de la ganancia sea $\omega = 14$

$$|AF|_{14} = 2x10\log\frac{1}{\alpha} = 21dB$$

$\uparrow$ por haber dos avances de fase.

$$|G+PI| + |2AF| = -13+21 = 8dB \text{ (sobran } 8dB\text{)}$$

Por lo tanto hay que reducir la ganancia *8 dB*

Para reducir la ganancia puede hacerse con RF o reduciendo la ganancia estática. En este caso reduciremos la ganancia estática.

$$20\log K_R = -8 \Rightarrow K_R = 0{,}4$$

REGULADOR COMPLETO: $R(s) = 0{,}4\dfrac{(1+2s)}{s}\left(\dfrac{1+0{,}24s}{1+0{,}023s}\right)^2$

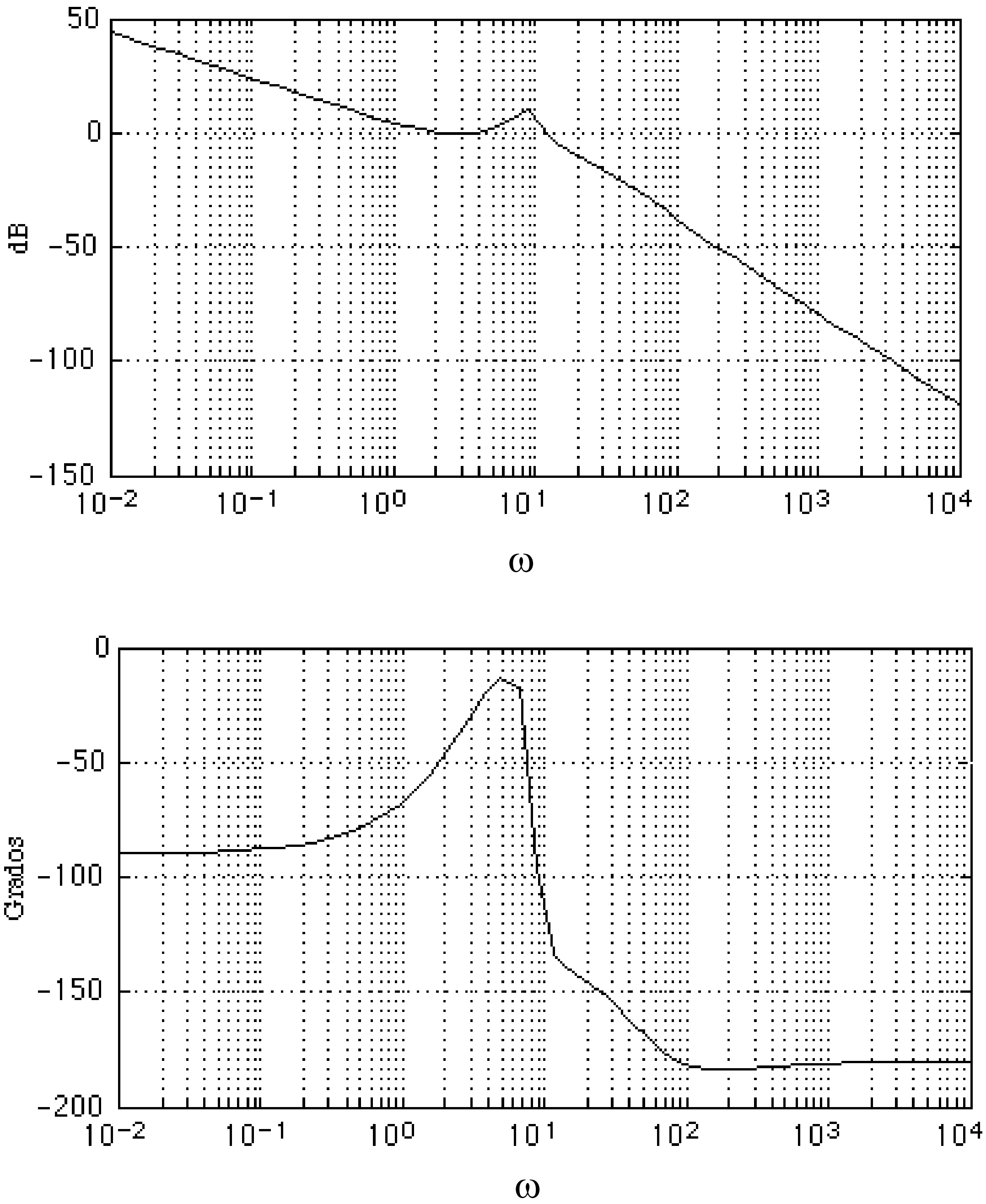


Figura 9. Diagrama de Bode del sistema con regulador.

DIAGRAMA POLAR DEL SISTEMA CON REGULADOR:

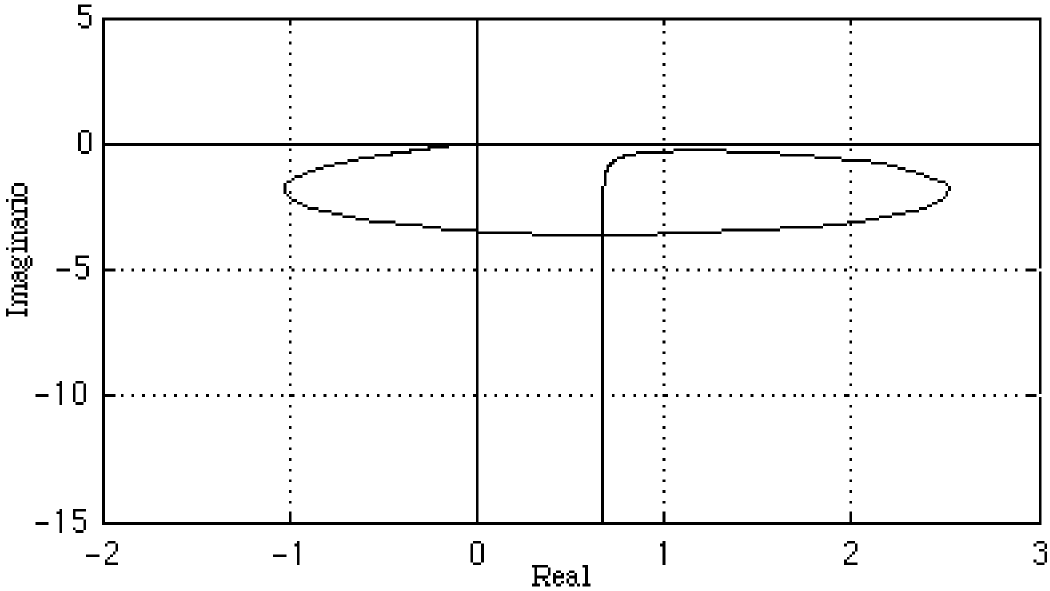


Figura 10

Tiene tres frecuencias de corte, se toma el M_f para la frecuencia de corte más elevada.

PROBLEMA 5
Dado el siguiente diagrama polar obtener la F.T. del sistema

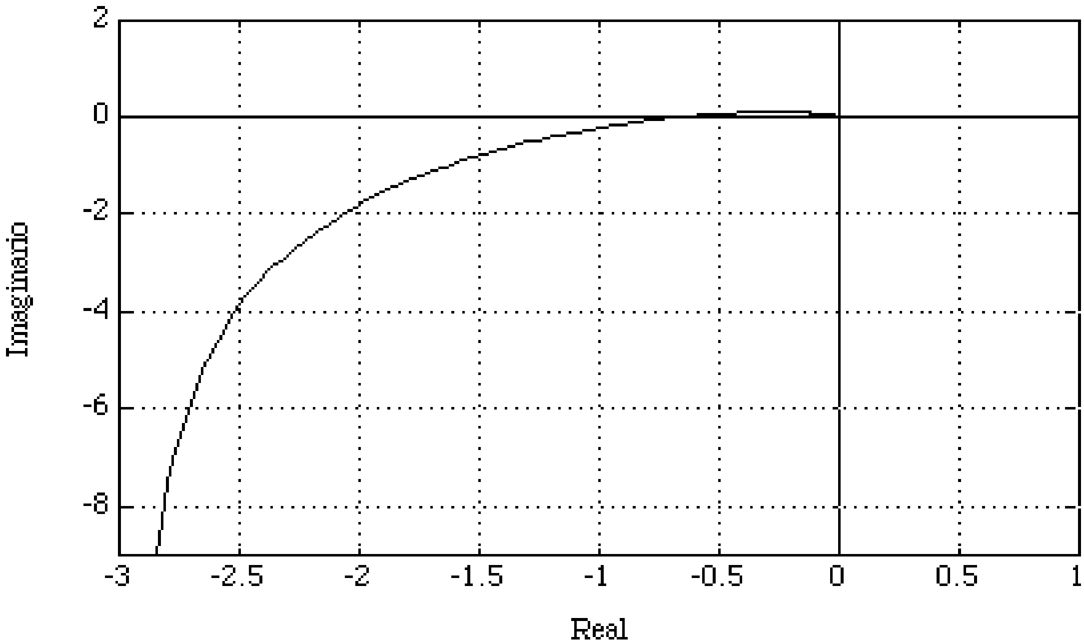


Figura 11

Del diagrama, obtenemos que hay un corte con el eje real para $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$ de amplitud $-\frac{2}{3}$.

$|G(j\omega)|$ para $\omega = \infty$ nunca puede ser ∞, ya que tendría más ceros que polos y eso nunca se da en los sistemas físicos reales.

Por lo tanto la asíntota en el infinito corresponde para $\omega = 0$ y en el origen para $\omega = \infty$.

$\omega = 0 \Rightarrow$ FASE = $-90 \rightarrow$ INTEGRADOR
$\omega = \infty \Rightarrow$ FASE = $-270 \rightarrow$ DOS POLOS

TOTAL = 3 polos (90^o cada uno)

$$G(s) = \frac{K}{s(as^2 + bs + 1)}$$ Hay tres parámetros para determinar $(K, a$ y $b)$

$$G(j\omega) = \frac{K}{j\omega\left[a(j\omega)^2 + bj\omega + 1\right]} = K\frac{\left[(1 - a\omega^2) - j\omega b\right]}{j\omega\left[(1 - a\omega^2)^2 + b^2\omega^2\right]}$$

$$G(j\omega) = -\frac{Kb}{\left[(1 - a\omega^2)^2 + b^2\omega^2\right]} - j\frac{K(1 - a\omega^2)}{\omega\left[(1 - a\omega^2)^2 + b^2\omega^2\right]}$$

Asíntota: Hay asíntota cuando tenemos un sistema de tipo 1 (integrador)

Asíntota vertical: existe cuando la parte real es cte. y la imaginaria se hace ∞. En este caso ocurre para $\omega = 0$.

$$\lim_{\omega \to 0} R_e\left[G(j\omega)\right] = -Kb = -3 \mapsto Kb = 3$$

Corte con los ejes:
El corte con el eje real se produce cuando $Im = 0$

$$I_m\left[G(j\omega)\right]\Big|_{\omega=\frac{1}{\sqrt{2}}} = 0$$

$$K\left[1-a\omega^2\right]\Big|_{\omega=\frac{1}{\sqrt{2}}} = 0 \Rightarrow 1-\frac{a}{2} = 0 \mapsto a = 2$$

para $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ sabemos que $R_e\left[G(j\omega)\right]\Big|_{\omega=\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\dfrac{2}{3}$

$$-\frac{Kb}{\left(1-\frac{2}{2}\right)^2+\frac{b^2}{2}} = -\frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{2K}{b} = -\frac{2}{3} \mapsto \frac{K}{b} = \frac{1}{3}$$

$$\left.\begin{array}{l} Kb = 3 \\ \dfrac{K}{b} = \dfrac{1}{3} \end{array}\right\} K = 1; b = 3$$

El sistema queda identificado:

$$G(s) = \frac{1}{s(2s^2+3s+1)} = \frac{1}{s(1+s)(1+2s)}$$

PROBLEMA 6

Un sistema de realimentación unitaria tiene por función de transferencia en bucle abierto,

$$G(s)H(s) = \frac{10s}{(1+s)(1-s)}$$

Determinar:

1.- La estabilidad o inestabilidad por Bode.

2.- El número de raíces inestables.

1.- Estabilidad por Bode.

Teniendo en cuenta que las curvas de amplitud y fase de cada cero y polo son:

*Término, $K=10$

Curva de amplitud: $M_{1dB} = 20 \log 10 = 20\ dB$

Curva de fase: $\varphi_1 = 0º$

*Término, s

Curva de amplitud: Oblicua de pendiente *20 dB/dec.*, que pasa por el punto *(1, 0 dB)*

Curva de fase: $\varphi_2 = 90º$

*Término, $1/(1+s)$

Diagrama asintótico:

Asíntota horizontal de ecuación: $M_{3dB} = 0\ dB$

Asíntota oblicua de pendiente *-20 dB/dec.* ,que pasa por el punto *(1, 0 dB)*

Las asíntotas se cortan en el punto *(1, 0 dB)*

Curva de fase: $\varphi_3 = -\mathrm{arctg}\ \omega$

*Término, $1/(1-s)$

Diagrama asintótico:

Asíntota horizontal de ecuación: $M_{4dB} = 0\ dB$

Asíntota oblicua de pendiente *-20 dB/dec.* ,que pasa por el punto *(1, 0 dB)*

Las asíntotas se cortan en el punto *(1, 0 dB)*

Curva de fase: $\varphi_4 = -\mathrm{arctg}\ (-\omega) = \mathrm{arctg}\ \omega$

A la vez que corta la curva de amplitud, al eje de frecuencias en ω_c ,la fase de *G(s)H(s)* está pasando por $\varphi_{GH} = +90º$ .Por tanto, el sistema es inestable.

2.- Determinación del número de raíces inestables.

Para determinar el número de raíces inestables vamos a aplicar el criterio de Routh.

La ecuación característica del sistema es:

$$W(s) = 1 + G(s)H(s) = 1 + \frac{10s}{(1+s)(1-s)}$$

El polinomio característico es:

$$s^2 - 10s - 1 = 0$$

La tabla de Routh es:

s^2	1	-1
s	-10	
1	-1	

Como sólo existe un cambio de signo, el sistema tiene una raíz inestable.

PROBLEMA 7

Para identificar el sistema de control automático de la figura, se suministra la variación del módulo de *G(s)H(s)* con la frecuencia.

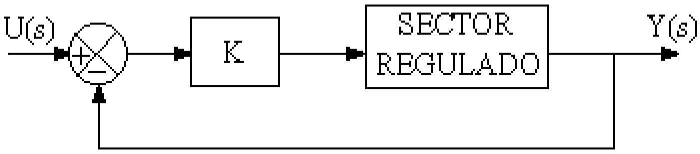


Figura 12

La representación del módulo sobre el diagrama de Bode, viene dado por la tabla:

$0 < \omega < 10$	*-20 dB/dec.*
$10 < \omega < 100$	*-40 dB/dec.*
$100 < \omega < \infty$	*-60 dB/dec.*

Además se sabe que el segmento de pendiente -40 dB/dec. corta al eje de frecuencias en $\omega = 31{,}6$ *rad/seg.*

Determinar:

1.- La ganancia K del sector regulador y la función de transferencia del sector regulado.
2.- El desfase del sistema.
3.- La estabilidad.
4.- El error estático de velocidad.
5.- Si se introduce una red correctora de función de transferencia:

$$G_c(s) = \frac{1+0{,}1s}{10(1+0{,}01s)}$$

a) La estabilidad del sistema resultante.
b) Los márgenes de ganancia y de fase.
c) El valor del error estático de velocidad.

1.- Determinación de *K* de la función de transferencia.

Para determinar la curva de amplitud, se traza por $\omega = 31{,}6$ *rad/seg*. una recta de pendiente *-40 dB/dec.* hasta cortar a las verticales trazadas por $\omega=10$ y $\omega=100$. Por los puntos de intersección de las verticales y el segmento de pendiente *-40 dB/dec*., se trazan segmentos de pendientes *-20 dB/dec.* y *-60 dB/dec.* , respectivamente.

Como el diagrama de amplitud tiene tres segmentos, la función de transferencia consta de tres términos de primer orden de retraso.

El segmento de pendiente *-20 dB/dec.* indica la existencia de un polo en el origen. Prolongando el segmento de pendiente *-20 dB/dec.* hasta que corte al eje de frecuencias, se obtiene:

$$\omega_1 = 100$$

Por tanto,

$$20\log\frac{K}{\omega_1} = 0$$

de donde:

$$K=100$$

La función de transferencia del regulador será:

$$G_1(s) = 100$$

La función de transferencia del polo en el origen es:

$$G_2(s) = \frac{1}{s}$$

El segmento de pendiente *-40 dB/dec* resulta de adicionar, al diagrama de amplitudes, el diagrama asintótico de un sistema de tipo 0 y primer orden. La función de transferencia de este término será:

$$G_3(s) = \frac{1}{1+T_1 s}$$

La constante de tiempo T_1 se calcula teniendo en cuenta que la ganancia del sistema comienza a disminuir en $\omega=10$. Por tanto, como las asíntotas se cortan en $\omega T_1 = 1$, se obtiene:

$$T_1 = 0{,}1 \ seg$$

La función de transferencia $G_3(s)$ es:

$$G_3(s) = \frac{1}{1+0{,}1s}$$

El segmento de pendiente *-60 dB/dec.* resulta de adicionar al diagrama de amplitudes, el diagrama asintótico de un nuevo sistema de tipo 0 y primer orden. La función de transferencia de éste término será:

$$G_4(s) = \frac{1}{1+T_2 s}$$

La constante de tiempo T_2 , viene dada por:

$$\omega T_2 = 100 T_2 = 1$$

de donde:

$$T_2 = 0{,}01 \ seg$$

siendo ω la frecuencia donde comienza a disminuir la ganancia. De todo lo expuesto, se deduce que la función de transferencia del sistema en bucle abierto es:

$$G(s)H(s) = \frac{100}{s(1+0{,}1s)(1+0{,}01s)}$$

2.- Curva de desfase.
Teniendo en cuenta que los desfases introducidos por cada término son:

$$\varphi_1 = 0; \varphi_2 = -90º; \varphi_3 = -\,arctg\, 0{,}1\omega; \varphi_4 = -\,arctg\, 0{,}01\omega$$

el desfase total será:

$$\varphi_{GH} = -90º - arctg\, 0{,}1\omega - arctg\, 0{,}01\omega$$

3.- Determinación de la estabilidad.
Al cortar la curva de amplitudes al eje de frecuencias, $\omega_c = 31{,}6$ *rad/seg.*, el ángulo de retraso es mayor de -180º. Por tanto, el sistema es inestable.

4.- Determinación del error estático de velocidad.

Al prolongar el segmento de pendiente *-20 dB/dec.* , corta el eje de frecuencias en $\omega_1 = 100$. La constante de error de velocidad es:

$$K_v = \omega_1 = 100$$

El error estático de velocidad es:

$$e_{ssv} = \frac{1}{K_v} = 0{,}01$$

5.- Introducción de la red correctora.
Al introducir la red correctora en la cadena directa del sistema, la función de transferencia del mismo será:

$$G'(s)H(s) = \frac{10}{s(1+0{,}01s)^2}$$

a. El sistema es estable. Cuando $\varphi_{G'H'}$ está pasando por -180º , $M_{G'H'dB}$ es negativo.

b. El margen de fase es: $M_f = 60º$

El margen de ganancia es: $M = 17{,}5\ dB$

La constante de error de velocidad es: $K_v = \omega_1 = 10$

El error estático de velocidad es: $e_{ssv} = \dfrac{1}{K_v} = 0{,}1$

Se observa que, al introducir la red correctora, se ha hecho estable el sistema, pero aumenta el error estático de velocidad.

PROBLEMA 8

a) Dibujar el diagrama de Bode de un sistema cuya función de transferencia en B.A. es:

$$G(s) = \frac{1}{s^2(1+0.1s)}$$

b) ¿ Es estable el sistema en B.C. ?

a)

Módulo:

$|G| =$ -40 log ω -10 log (1+ 0.1^2 ω^2)

ω = 0.1 => 40 dB

ω = 1 => 0 dB

ω = 5 => -29 dB

ω_p =10 => Polo simple => - 43 dB

ω = 20 => -59 dB

ω = 50 => -82 dB

ω = 100 => - 100 dB

Argumento:

$\underline{|G} =$ -180º - arctg 0.1ω

En el origen , debido a la presencia de dos polos, el argumento es de -180º

ω = 0.1 => -180.5º

ω = 1 => -185.7º

ω = 5 => -206.6º

ω = 10 => -225º

ω = 20 => -243.4º

ω = 50 => -258.7º

ω = 100 => -264.3º

El diagrama de Bode es :

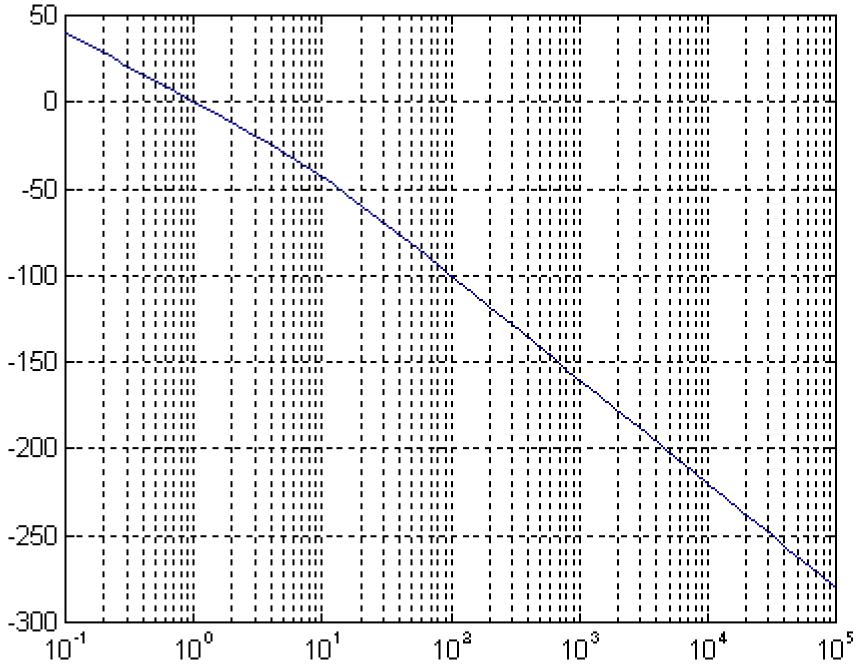


Diagrama de módulos

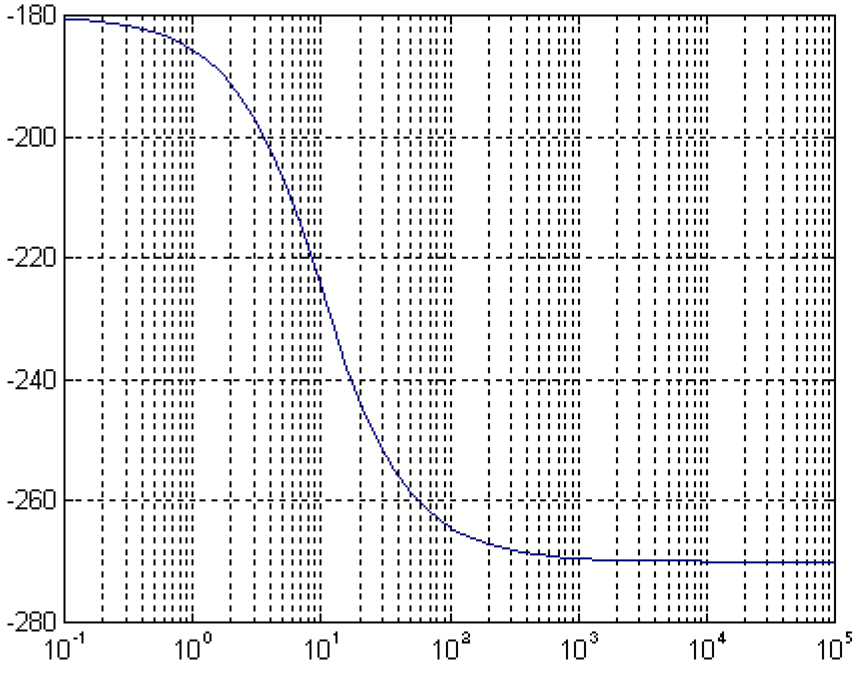


Diagrama de argumentos

b)

El sistema es INESTABLE en B.C. debido a que su margen de fase es negativo:

$$M_f = -185.7 + 180 = -5.7º$$

PROBLEMA 9

Calcular razonadamente el corrector serie más sencillo para que el sistema anterior verifique en B.C. las siguientes especificaciones:

Error de velocidad: $e_v = 0$
Cresta de resonancia: $Q = 1.5$
Frecuencia de resonancia: $\omega_r = 1.4$

Régimen permanente:

$e_v = 0$ ya lo cumple por ser el sistema de tipo 2

Régimen transitorio:

Q=1.5 => Figura 4.6 => $\xi = 0.35$ => Figura 4.4 => $M_f = 35º$

=> Figura 4.3 => $\frac{\omega_c}{\omega_n} = 0.88$

=> $\omega_c = \omega_r = 1.4$

=> Figura 4.7 => $\frac{\omega_r}{\omega_n} = 0.88$

Corrector:

Es necesario introducir un P.A.F. para estabilizar el sistema y obtener una $\omega_c = 1.4$

$$R(s) = K\frac{1+\tau s}{1+\alpha\tau s} \qquad 0 < \alpha < 1$$

Para una $\omega_c = 1.4$, el margen de fase original es : $\psi = -8º$

Por lo tanto : $\phi_{max} = M_f - \psi + \delta = 35 + 8 + 6 = 49º < 70º$ => Sólo necesitamos un regulador

δ : coeficiente de seguridad

Calculamos α y τ aplicando las fórmulas que conocemos:

$$\alpha = \frac{1-\operatorname{sen}\phi_{max}}{1+\operatorname{sen}\phi_{max}} = 0.14$$

=> $\alpha\tau = 0.27$

$$\tau = \frac{1}{\omega_{max}\sqrt{\alpha}} = \frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha}} = 1.91$$

Ahora ajustamos la ganancia del regulador :

$$\Delta K = 10\log\frac{1}{\alpha} = 8.5 \text{ dB}$$

=> $|G|_{\omega c\,=\,1.4} + \Delta K = 2.5$ dB

$$|G|_{\omega c=1.4} = -6 \text{ dB}$$

Para que ω_c sea de nuevo $\omega_c = 1.4$ es necesario introducir una ganancia:

$20 \log K = -2.5 \Rightarrow K = 0.75$

Por lo tanto el corrector serie es:

$$R(s) = 0.75\frac{1+1.91s}{1+0.27s}$$

PROBLEMA 10

¿ Qué corrector habría que añadir al calculado en el ejercicio anterior para obtener un error de aceleración, $e_a \leq 0.2$, manteniendo Q y ω_r ? Calcularlo razonadamente.

$e_a \leq 0.2 \Rightarrow K_a \geq 1/0.2 = 5 \Rightarrow$ Hay que introducir una ganancia total : $K_T = 5$

Por lo tanto la ganancia del regulador será:

$K_T = K * K_R \Rightarrow K_R = K_T / K = 5 / 0.75 \Rightarrow$ Ponemos $K_R = 7$

El incremento de la ganancia en $\omega_c = 1.4$ es:

$\Delta K_R = 20 \log K_R = 16.9$ dB

Por consiguiente, es necesario introducir un P.R.F. de tal manera que $\omega_c = 1.4$:

$$R(s) = K_R \frac{1+\beta\tau_1 s}{1+\tau_1 s} \quad , \quad 0 < \beta < 1$$

$$-20\log\frac{1}{\beta} = -\Delta K_R \Rightarrow -20\log\frac{1}{\beta} = -16.9 \Rightarrow \beta = 0.143$$

La frecuencia de transición del cero del P.R.F. se sitúa una década por debajo de ω_c :

$\omega_1 = \omega_c / 10 = 1.4 / 10 = 0.14$

Ahora calculamos τ_1 :

$\omega_1 = 1 / \beta\tau_1 \Rightarrow \tau_1 = 1 / (0.143*0.14) \Rightarrow$ Pongamos $\tau_1 = 50$

Ahora calculamos $\beta\tau_1$:

$\beta\tau_1 = 0.143*50 = 7.15$

Por lo tanto el P.R.F. es:

$$R(s) = 7\frac{1+7.15s}{1+50s}$$

El regulador total será (P.A.F. y P.R.F.) :

$$R_T(s) = 5\,\frac{1+1.91s}{1+0.27s}\,\frac{1+7.15s}{1+50s}$$

PROBLEMA 11

a) Dibujar aproximadamente el diagrama polar de los sistemas :

1) G(s)

2) R(s)G(s) , siendo R(s) el corrector calculado en el problema 9

b) Comparando ambos diagramas, comentar brevemente el efecto del corrector R(s) en relación con la estabilidad del sistema.

Situar sobre ellos aproximadamente las frecuencias de cruce de ganancia y de fase (ω_g y ω_r).

c) Calcular razonadamente el margen de ganancia exacto, M_g , del sistema con R(s).

a)

1)

$$G(j\omega) = \frac{-1}{0.01\omega^4 + \omega^2} + j\frac{0.1}{0.01\omega^3 + \omega}$$

Como el sistema es de tipo 2 no tiene asíntotas

Cortes con los ejes:

Re(G(jω_i))=0 => $\omega_i = \infty$ => Corta al eje imaginario en el origen =>

Punto (0 , 0)

Im(G(jω_r))=0 => $\omega_r = \infty$ => Corta al eje real en el origen

A bajas frecuencias: $\omega \to 0$

$|G| \to \infty$

$\angle G \to -180º$

A altas frecuencias: $\omega \to \infty$

$|G| \to 0$

$\angle G \to -270º$

Del Bode:

$\omega_c = 1 \Rightarrow \angle G = -186º$

El diagrama polar será:

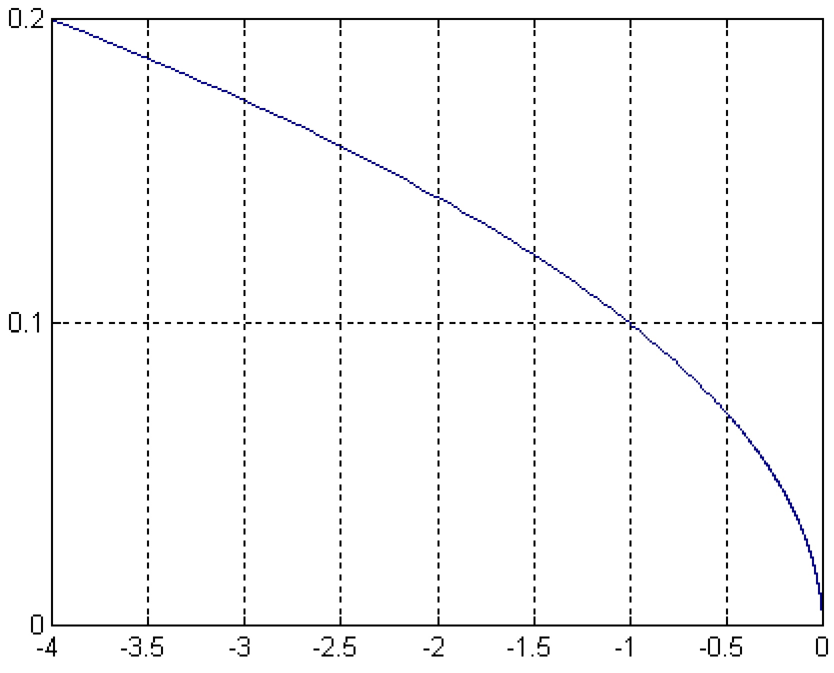


Diagrama polar de G(s)

Se observa que el sistema es INESTABLE porque abraza al punto (-1 , 0)

2)

$$R(j\omega)G(j\omega) = -0.75\frac{0.6797\omega^2 + 1}{0.000729\omega^6 + 0.0829\omega^4 + \omega^2} + j0.75\frac{0.05157\omega^2 - 1.54}{0.000729\omega^5 + 0.0829\omega^3 + \omega}$$

Como el sistema es de tipo 2 no tiene asíntotas.

Cortes con los ejes:

Re(G(jω_i))=0 => $\omega_i = \infty$ => Corta al eje imaginario en el origen, punto (0 , 0)

$\omega_r = 5.5$ => Corta al eje real en el punto (-0.13 , 0)

Im(G(jω_r))=0 =>

$\omega_r = \infty$ => Corta al eje real en el origen, punto (0 , 0)

A bajas frecuencias: $\omega \to 0$

$|G| \to \infty$

$\underline{|G} \to -180^o$

A altas frecuencias: $\omega \to \infty$

$|G| \to 0$

$\underline{|G} \to -270^o$

Del Bode:

$\omega_c = 1.4$ => $\underline{|RG}$ = -143º

Por lo tanto el diagrama polar es:

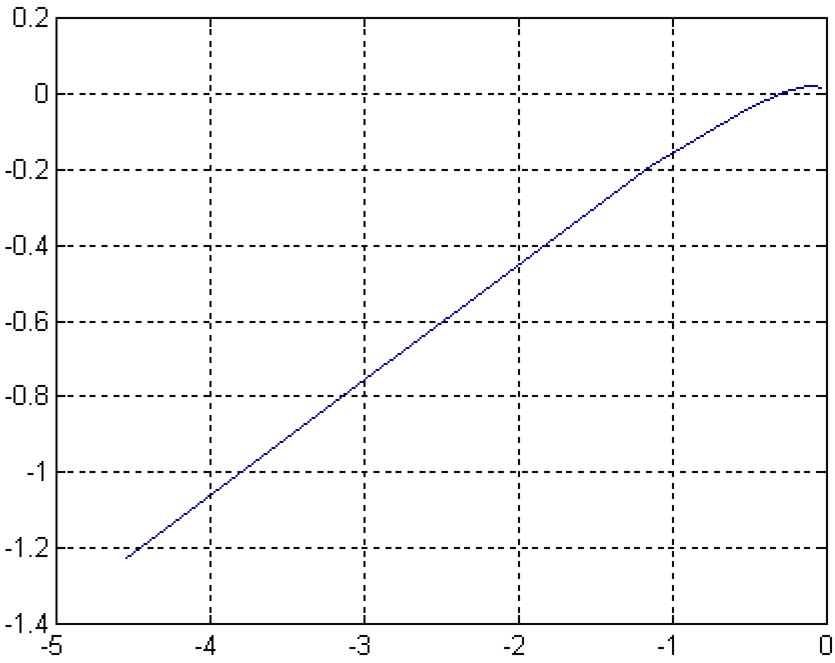
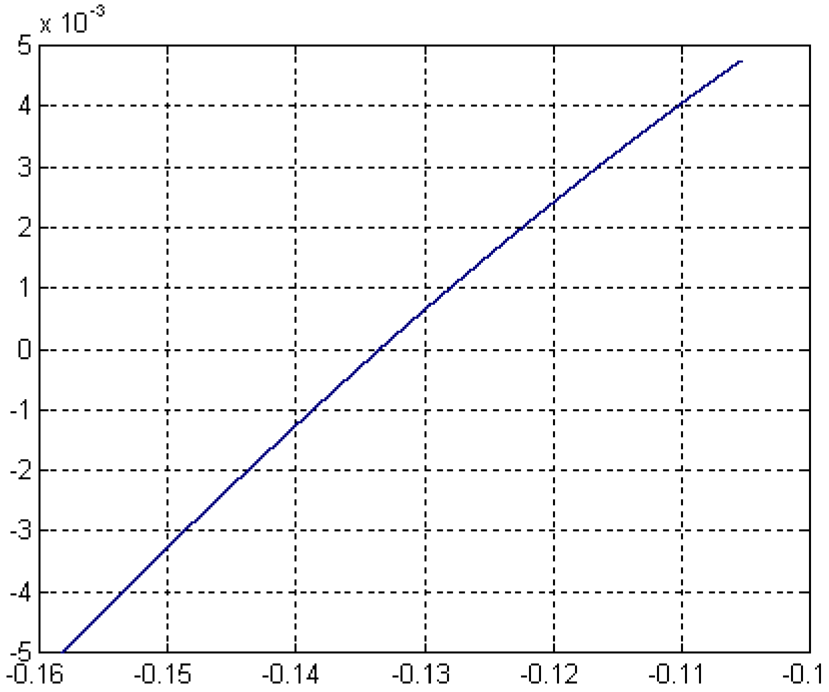


Diagrama polar de R(s)G(s)

Se observa que el sistema regulado es ESTABLE porque no abraza al punto (-1 , 0)

NOTA: Observación ampliada del punto de corte con el eje real



b)

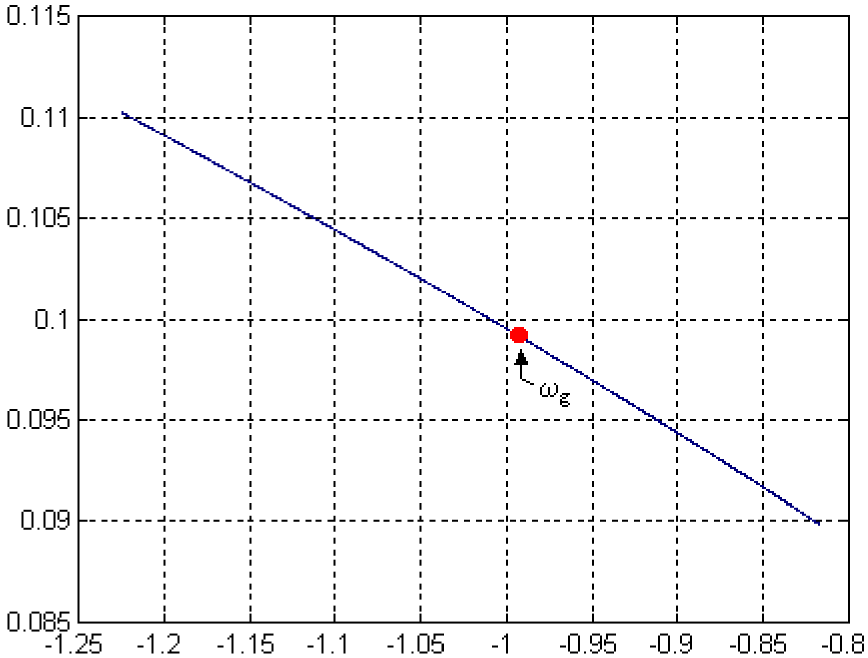
En el diagrama polar de G(s) se observa que el punto crítico se encuentra a la derecha del trazado cuando se recorre desde $\omega = 0$ hasta $\omega = \infty$. Es por tanto un sistema INESTABLE.

Al introducir el P.A.F. el trazado se deforma dejando el punto (-1 , 0) a la izquierda, ESTABILIZANDO así el sistema.

La red P.A.F. produce un avance de fase en torno a la frecuencia de corte, lo que permite cumplir el criterio de estabilidad.

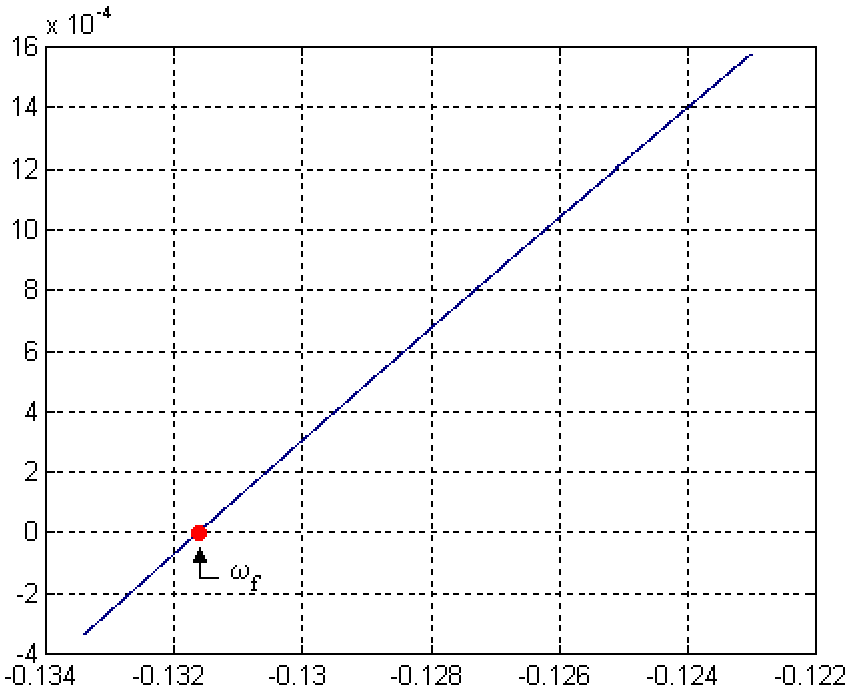
Las frecuencias ω_g y ω_f aparecen representadas sobre las siguientes figuras:

En el sistema sin regulador la frecuencia de cruce de ganancia vale 1 y corresponde al punto (-0.99 , 0.099)

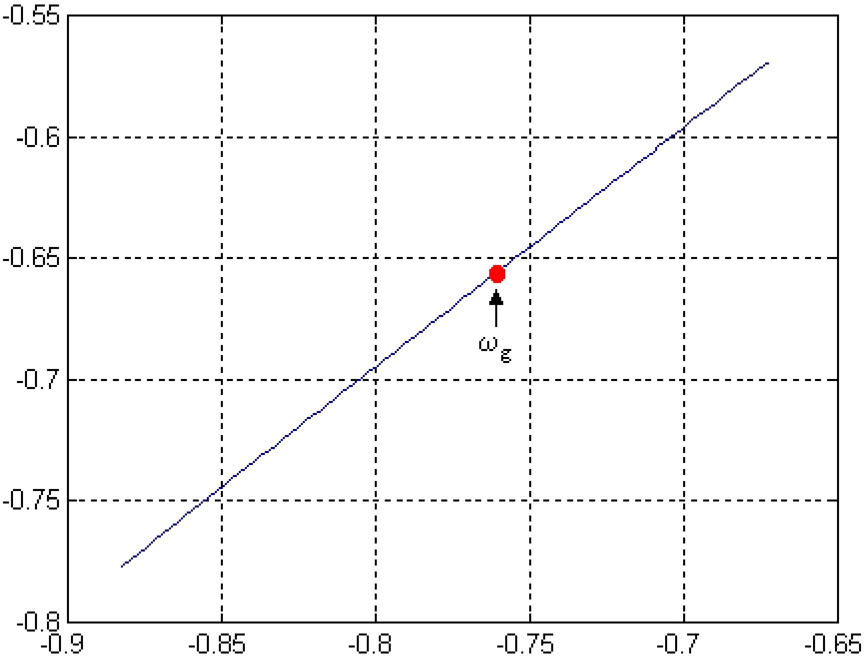


Ampliación de G(s) para situar la frecuencia de cruce de ganancia

En el sistema regulado la frecuencia de cruce de ganancia vale 1.4 y corresponde al punto (-0.77 , -0.66), y la frecuencia de cruce de fase vale 5.5 y corresponde al punto (-0.13 , 0)



Ampliación de R(s)G(s) para observar la frecuencia de cruce de fase



Ampliación de R(s)G(s) para observar la frecuencia de cruce de ganancia

c)

El margen de ganancia se puede calcular a partir del diagrama de Bode, del de Nyquist o de ambos.

c1) Bode: En ω_f = 5.5 (calculada en a)),

$20\log|RG|=20\log0.75+10\log(1+(1.91*5.5)^2)-10\log(1+(0.27*5.5)^2)-40\log5.5-10\log(1+(0.1*5.5)^2)= -17.85dB$

$20\log M_g = -20\log|RG| \Rightarrow 20\log M_g = 17.85 \Rightarrow M_g = 7.8$

c2) Nyquist

$$R(j\omega)G(j\omega) = -0.75\frac{0.6797\omega^2+1}{0.000729\omega^6+0.0829\omega^4+\omega^2} + j0.75\frac{0.05157\omega^2-1.54}{0.000729\omega^5+0.0829\omega^3+\omega}$$

Im(RG(jω))= 0 => $\omega = \infty$

$\omega = 5.5$

$Re(RG(j\omega))_{\omega=5.5} = -0.13 \Rightarrow M_g = 1/0.13 \Rightarrow M_g = 7.7$

La diferencia se debe a las aproximaciones tomadas.

PROBLEMA 12

Dado un sistema cuya función de transferencia en B.A. es :

$$G(s) = \frac{3.16}{s(1+s)(1+4s)}$$

Se pide:

a) Dibujar el diagrama de Bode. ¿ Es estable el sistema en B.C. ? Justificar la respuesta.

b) Calcular un corrector serie tal que el sistema en B.C. cumpla las siguientes especificaciones:

$e_v \leq 0.1$

S.O. $\leq$ 10%

$t_r \leq 1.8$ segundos

a)

Módulo: $|G| = 20\log 3.16 - 20\log\omega - 10\log(1+\omega^2) - 10\log(1+16\omega^2)$

ω = 0.1 => 29.31 dB

ω = 0.25 => 18.76 dB

ω = 1 => -5.32 dB

ω = 10 => -62.1 dB

ω = 40 => -98.17 dB

Argumento: $\angle G = -90º - \text{arctg}\,\omega - \text{arctg}\,4\omega$

ω = 0.1 => -117º

ω = 0.25 => -149º

ω = 1 => -211º

ω = 10 => -263º

ω = 40 => -268º

El diagrama de Bode del sistema será:

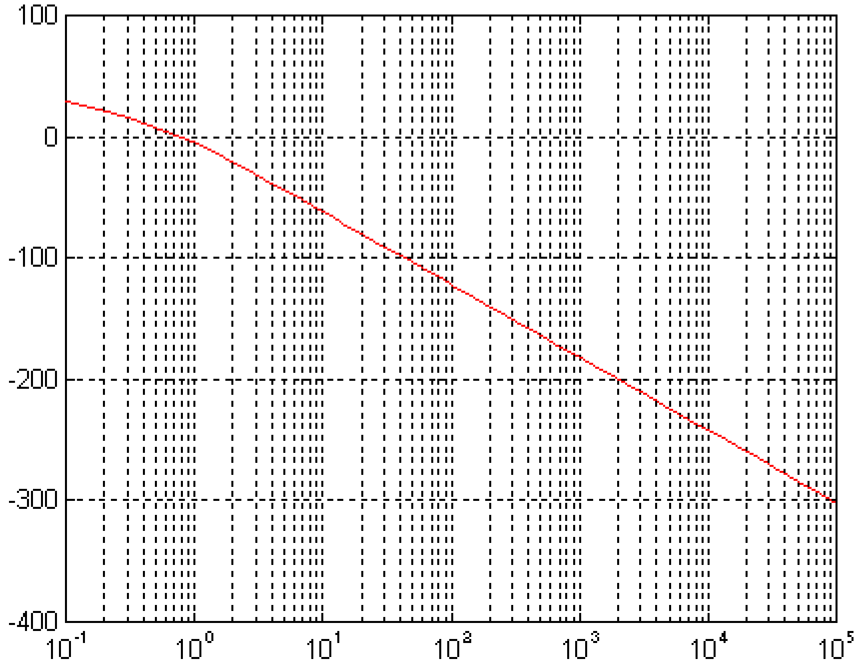


Diagrama de módulos

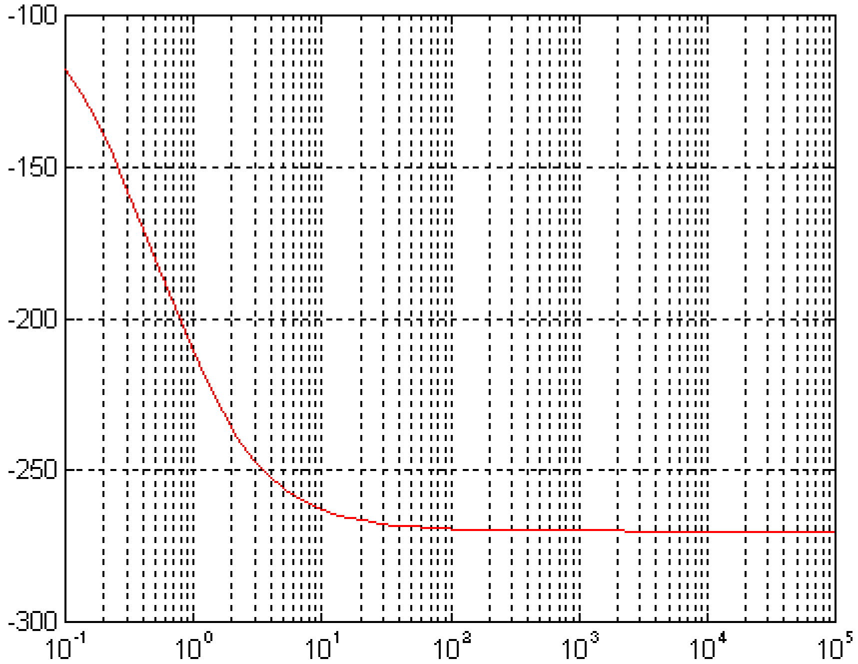


Diagrama de fases

El sistema es INESTABLE en B.C. porque su M_f es negativo: M_f = 20º

b)
Régimen permanente:

El sistema es de tipo 1 y por lo tanto tendrá un e_V.

$$e_V \le 0.1 \Rightarrow \frac{1}{K_V} \le 0.1 \Rightarrow K_V \ge 10 \Rightarrow K_R = \frac{K_V}{K_G} \ge \frac{10}{3.16} = 3.16$$

Régimen transitorio:

S.O.$\le$10% => Figura 4.5 => $M_f \ge 58º$ => $\xi \ge 0.6$ => Figura 4.3 => $\frac{\omega_c}{\omega_n} \le 0.7$

=> $\omega_c \ge 2$

$$t_r \le 1.8 \Rightarrow \omega_n \ge \frac{\pi}{\xi t_r} \Rightarrow \omega_n \ge \frac{\pi}{0.6 * 1.8} \Rightarrow \omega_n \ge 2.91$$

Elegimos una $\omega_c = 2$ y para regular el sistema usaremos un P.A.F.:

$$R_1(s) = K_R \frac{1+\tau_1 s}{1+\alpha\tau_1 s} \quad , \quad 0< \alpha < 1$$

Ahora vamos a ajustar el regulador:

$$\left|K_R G\right|_{\omega=2} = -21 + 10 = -11\text{dB}$$

$$\underline{\left|K_R G\right.}_{\omega=2} = -236º$$

ϕ_{max} = -(-236+180)+58 + 6 = 120º > 70º => 2 redes de 60º (δ = 6º = coeficiente de seguridad)

$$\alpha = \frac{1-\text{sen}\,60}{1+\text{sen}\,60} = 0.072$$

=> $\alpha\tau_1 = 0.135$

$$\tau_1 = \frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha}} = 1.87$$

El P.A.F. será:

$$R_1(s) = \left(3.16\frac{1+1.87s}{1+0.135s}\right)^2$$

$\Delta K = 2 * 10\log\frac{1}{\alpha}$ = 22.8 dB (multiplicamos por 2 porque tenemos 2 redes)

Como hay un incremento de la ganancia tenemos que poner un P.R.F.:

$R_2(s) = \frac{1+\beta\tau_2 s}{1+\tau_2 s}$, $0 < \beta < 1$ (no ponemos ganancia porque ésta ya está ajustada)

Ahora ajustamos el P.R.F.:

- $\left|K_R G\right|_{\omega=2}$ = 20 log β => - 11 = 20 log β => β = 0.282

=>

τ_2 = 17.73

$$\frac{1}{\beta\tau_2} = \frac{\omega_c}{10} = \frac{2}{10} \Rightarrow \beta\tau_2 = 5$$

Por lo tanto el P.R.F. es :

$$R_2(s) = \frac{1+5s}{1+17.73s}$$

El regulador total que tendremos que colocar será:

$$R(s) = R_1(s)\, R_2(s) = \left(3.16\frac{1+1.87s}{1+0.135s}\right)^2 \frac{1+5s}{1+17.73s}$$

PROBLEMA 13

Dado un sistema cuya función de transferencia en B.A. es:

$$G(s) = \frac{50}{s(1+0.1s)(1+0.2s)}$$

Se pide:

a) Dibujar el diagrama de Bode. ¿ Es estable el sistema en B.C. ? Justificar la respuesta.

b) Calcular un corrector serie tal que el sistema en B.C. cumpla las siguientes especificaciones:

$e_v \leq 0.125$
S.O. = 0
$t_r \leq 0.12$ segundos
$M_g \geq 10$ dB

a)

Módulo:

$|G| = 20\log 50 - 20\log\omega - 10\log(1+0.01\omega^2) - 10\log(1+0.04\omega^2)$

$\omega = 0.1 \Rightarrow 54$ dB
$\omega = 1 \Rightarrow 34$ dB
$\omega = 5 \Rightarrow 16$ dB
$\omega = 10 \Rightarrow 4$ dB
$\omega = 40 \Rightarrow -28$ dB
$\omega = 100 \Rightarrow -52$ dB

Argumento:

$\underline{|G} = -90^\circ - \text{arctg}\ 0.1\omega - \text{arctg}\ 0.2\omega$

En el origen , debido a la presencia de un polo, el argumento es de -90º

$\omega = 0.1 \Rightarrow -91.72^\circ$
$\omega = 1 \Rightarrow -107^\circ$
$\omega = 5 \Rightarrow -161.6^\circ$
$\omega = 10 \Rightarrow -198.4^\circ$
$\omega = 40 \Rightarrow -249^\circ$
$\omega = 100 \Rightarrow -261.4^\circ$

El diagrama de Bode del sistema será:

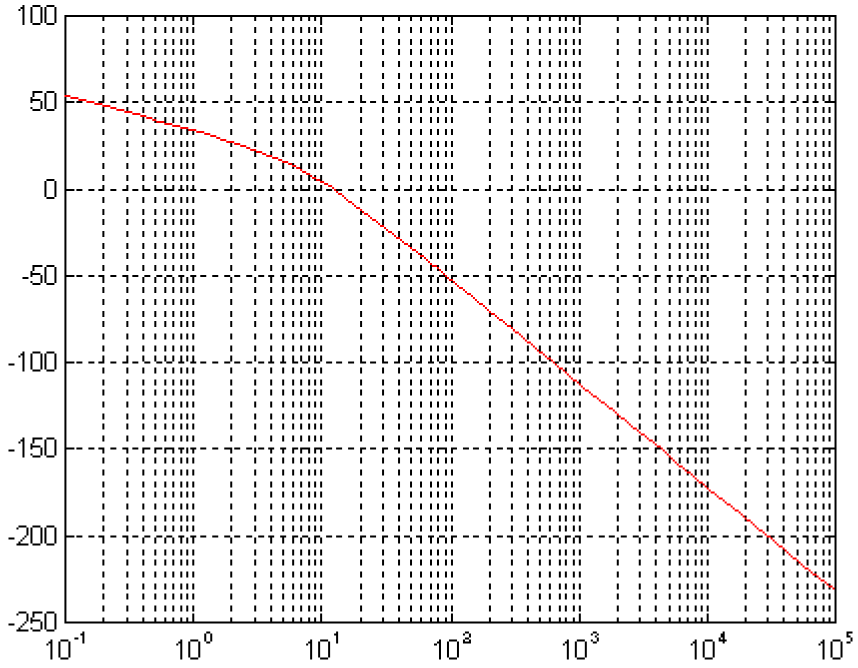


Diagrama de módulos

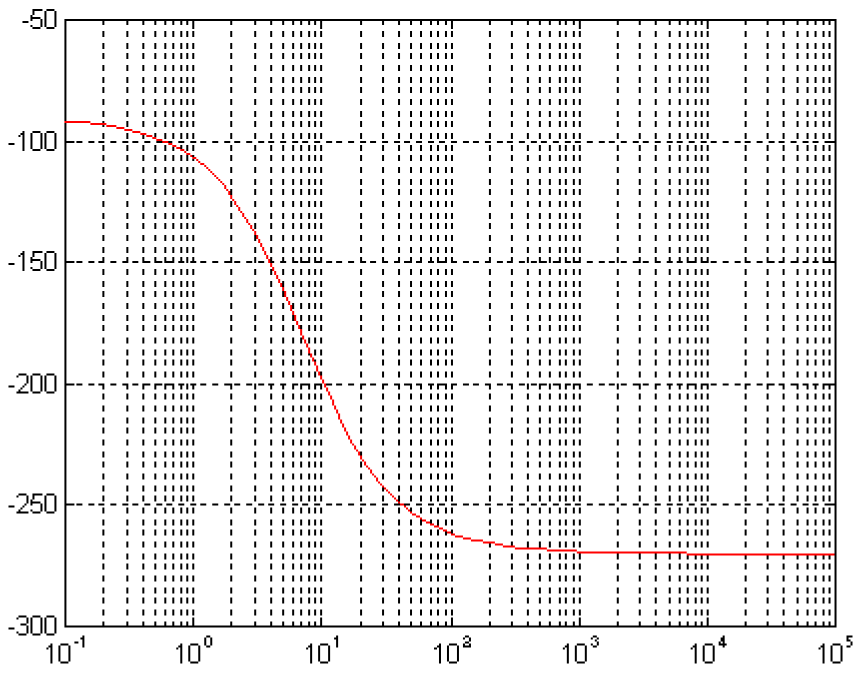


Diagrama de argumentos

En B.C. el sistema es INESTABLE porque su M_f es negativo: $M_f = -30º$.

b)

Régimen permanente:

$e_v \leq 0.125 \Rightarrow 1/K_v \leq 0.125 \Rightarrow K_v \geq 8$

Como la ganancia del sistema es 50 se cumple de sobra la especificación de régimen permanente.

Régimen transitorio:

S.O. = 0 => Figura 4.5 => $M_f \geq 75º$ => $\xi \geq 1$ => Figura 4.3 => $\frac{\omega_c}{\omega_n} = 0.48$

$t_r = \frac{4.75}{\omega_n} \leq 0.12$ => $\omega_n \geq 39.6$ => $\omega_c \geq 19$ => Tomamos $\omega_c = 20$

Para regular el sistema necesitaremos un P.A.F. de ganancia unidad:

$$R(s) = \frac{1+\tau s}{1+\alpha\tau s} \quad , \quad 0 < \alpha < 1$$

Ahora ajustaremos el regulador:

$\underline{|G}_{\omega=20} = -230º$

$\phi_{max} = M_f - (\underline{|G}_{\omega=20} + 180º) + \delta = 75º + 230º - 180º + 5º = 130º$ ($\delta = 5º$ = coeficiente de seguridad)

$\phi_{max} = 130º > 70º$ => Necesitamos dos redes de $\phi_{max} =$ 65º cada una

$$\alpha = \frac{1-\text{sen}\,\phi_{max}}{1+\text{sen}\,\phi_{max}} = \frac{1-\text{sen}\,65}{1+\text{sen}\,65} = 0.049$$

=> $\alpha\tau = 0.0113$

$$\tau = \frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha}} = \frac{1}{20\sqrt{0.049}} = 0.23$$

$\Delta K = 2 * 10\log\frac{1}{\alpha} = 20\log\frac{1}{0.049} = 26.2dB$ (Incremento de la ganancia debido al P.A.F.)

Es necesario colocar otro corrector:

$|RG|_{\omega=20} = |G|_{\omega=20} + \Delta K = -11.3 + 26.2 = 14.9$ dB

Podemos elegir un regulador proporcional para disminuir la ganancia a la frecuencia de corte deseada:

$20\log K_R = -|RG|_{\omega=20}$ => $20\log K_R = -14.9$ => $K_R = 0.18$

La máxima ganancia que podemos disminuir cumpliéndose la especificación de régimen permanente es:

$\frac{K_V}{K_{RG}} = \frac{8}{50} = 0.16 < 0.18$ => Usamos dos redes P.A.F. y esta ganancia

Por lo tanto el regulador es:

$$R(s) = 0.18\left(\frac{1+0.23s}{1+0.0113s}\right)^2$$

Ahora verificaremos (de forma aproximada) si se cumple $M_g \geq$ 10 dB:

$\omega = 100$ => $\underline{|RG}_{\omega=100} = -183º$

=> ω_f es aproximadamente 95

$\omega = 90$ => $\underline{|RG}_{\omega=90} = -177º$

$|RG|_{\omega=95} = -18.7$ dB => $M_g = -|RG|_{\omega=95} = 18.7$ dB > 10 dB

Por lo tanto el regulador que hemos calculado cumple todas las especificaciones.

PROBLEMA 14

Dado un sistema cuya función de transferencia en B.A. es:

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)(1+2s)}$$

Se `pide:

a) Dibujar el diagrama de Bode. ¿ Es estable el sistema en B.C. ? Justificar la respuesta.

b) Calcular el corrector serie tal que el sistema en B.C. cumpla las siguientes especificaciones:

$e_p = 0$

S.O. = 0

$t_r \leq 4.5$ segundos

a)

Módulo: $|G| = -10\log(1+\omega^2) - 10\log(1+4\omega^2)$

$\omega = 0.1$ => -0.21 dB

$\omega = 0.25$ => -1.23 dB

$\omega = 0.5$ => -4 dB

$\omega = 0.75$ => -7 dB

$\omega = 1$ => -10 dB

$\omega = 4$ => -30.43 dB

$\omega = 10$ => -46 dB

$\omega = 40$ => -70 dB

Argumento: $\underline{|G} = -\operatorname{arctg}\omega - \operatorname{arctg}2\omega$

$\omega = 0.1$ => - 17º

$\omega = 0.25$ => - 41º

$\omega = 0.5$ => - 72º

$\omega = 0.75$ => - 93º

$\omega = 1$ => -108º

$\omega = 4$ => -159º

$\omega = 10$ => -171º

$\omega = 40$ => -178º

El diagrama de Bode es:

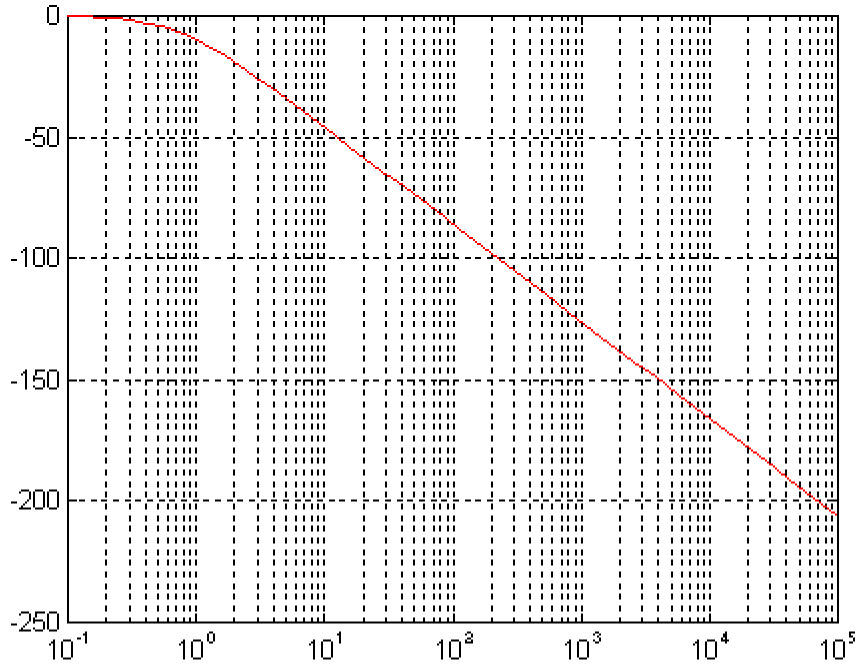


Diagrama de módulos

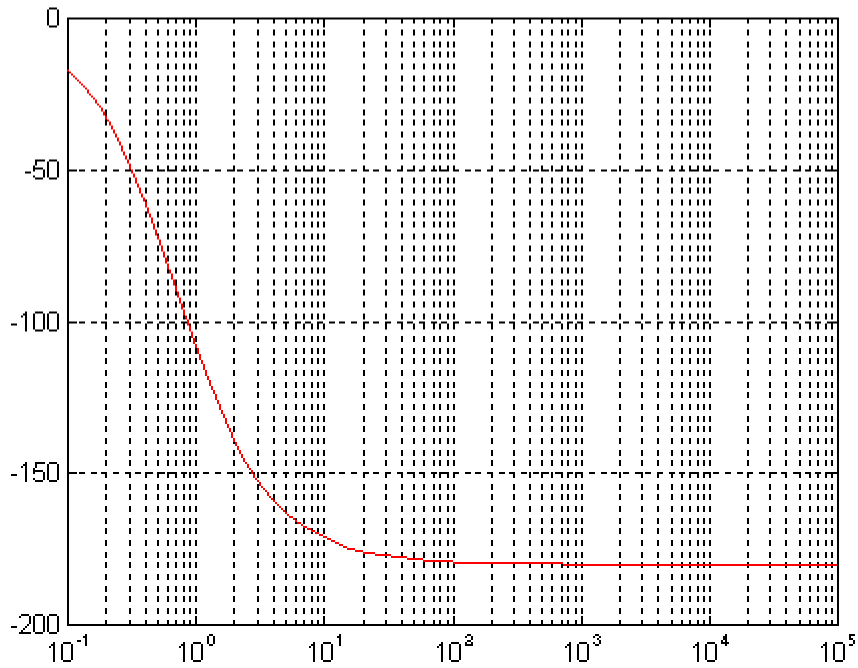


Diagrama de argumentos

En B.C. el sistema es ESTABLE porque $M_f > 0$ para cualquier frecuencia.
b)
Régimen permanente:

$e_p = 0$ => Tenemos que hacer el sistema de tipo 1 => Necesitamos un P.I.: $R_1(s) = K_1 \frac{(1+\tau_1 s)}{s}$

Anulamos el polo correspondiente a la mayor constante de tiempo de G(s) con el cero del P.I.: $\tau_1=2$

La función de transferencia del nuevo sistema en B.A. será:

$$R_1 G(s) = \frac{K_1}{s(1+s)}$$

Falta elegir K_1 . Esta constante se usará para establecer el comportamiento del transitorio deseado

Régimen transitorio:

S.O. = 0 => Figura 4.5 => $M_f \geq 75º$ => $\xi \geq 1$ => Figura 4.3 => $\frac{\omega_c}{\omega_n} = 0.48$

$t_r = \frac{4.75}{\omega_n} \leq 4.5$ => $\omega_n \geq 1.05$ => $\omega_c \geq 0.51$ => Tomamos $\omega_c = 0.6$

Necesitamos que $\omega_c = 0.6$ y para ello tenemos que introducir una red correctora adicional.

Vamos a ver que regulador necesitamos:

$$\underline{|R_1 G}_{\omega=0.6} = -90º - \operatorname{arctg}\omega = -90º - \operatorname{arctg} 0.6 = -121º$$

El margen de fase en $\omega_c = 0.6$ con el P.I. es:

$M_f' = -121º+180º = 59º < 75º$ => Necesitamos un P.A.F.: $R_2(s) = \frac{1+\tau_2 s}{1+\alpha\tau_2 s}$

Ajuste del P.A.F.:

$\phi_{max} = M_f - M_f' + \delta = 75º - 59º + 6º = 22º$ ($\delta = 6º$ = coeficiente de seguridad)

$$\alpha = \frac{1-\operatorname{sen}\phi_{max}}{1+\operatorname{sen}\phi_{max}} = 0.455$$

=> $\alpha\tau_2 = 1.124$

$$\tau_2 = \frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha}} = 2.47$$

$\Delta K = 10\log\frac{1}{\alpha} = 3.42$ dB (usaremos K_1 para compensar este incremento)

$|R_1 G|_{\omega = 0.6} = -10\log(1+\omega^2) - 20\log\omega = 3.1$ dB

$20\log K_1 = |R_1 G|_{\omega = 0.6} - \Delta K = 3.1 - 3.42 = -0.32$ dB => $K_1 = 0.96$

Por lo tanto, el regulador a implementar es:

$$R(s) = R_1(s) * R_2(s) = 0.96\frac{1+2s}{s}\frac{1+2.47s}{1+1.124s}$$