



# REGULACION AUTOMATICA

## 2º Parcial

09-06-2009

### Ejercicio 1

2.5 puntos

Dado un sistema cuyo diagrama de bode es el mostrado a continuación:

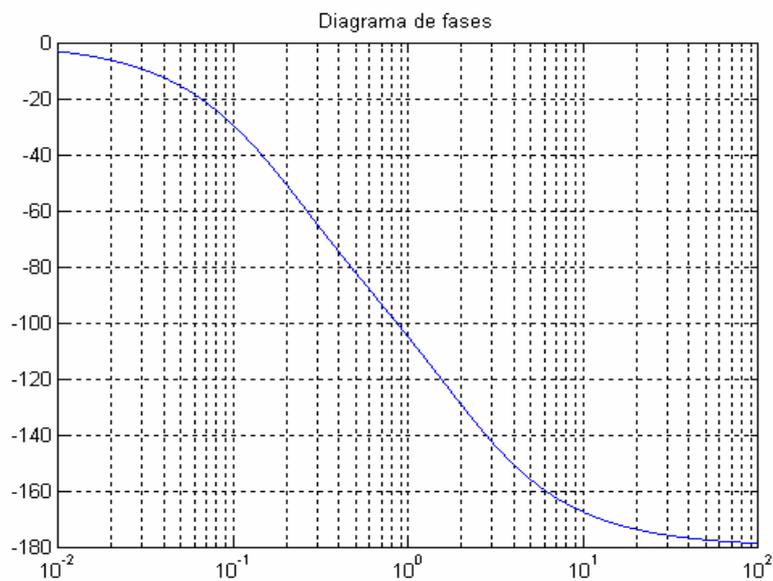
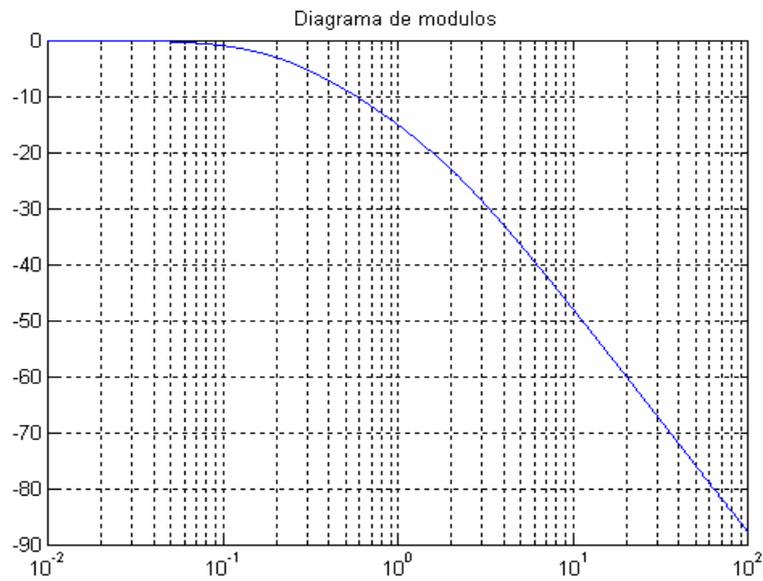
a) Identifica su función de transferencia. ¿Es estable el sistema en B.C.? Justificar la respuesta.

b) Calcular el corrector serie tal que el sistema en B.C. cumpla las siguientes especificaciones:

$$e_p = 0$$

$$S.O. \leq 10\%$$

$$t_r \leq 10 \text{ segundos}$$



a) Del diagrama de fase se observa que no hay polos en el origen ya que parte de  $0^\circ$

Como para frecuencias elevadas alcanza  $-180^\circ$  indica que hay dos polos.

Cálculo de la ganancia:

$$20 \log K = 0 \Rightarrow K = 1$$

El primer polo lo localizaremos donde la curva real se separa  $-3$  dB de la asíntota horizontal y eso ocurre para  $\omega_1 = 0.2$ .

Trazando la recta de pendiente de  $-20$  dB/dec. El segundo polo se identifica para  $\omega_2 = 2$

$$G(s) = \frac{1}{(1 + 0.5s)(1 + 5s)}$$

b)

Como  $\varepsilon_p = 0$  deberemos colocar un integrador. Para ello necesitamos un P.I., por lo tanto sólo necesitaremos identificar el polo más lento del sistema para poderlo simplificar con el PI.

$$R(s) = K_R \frac{1 + 5s}{s}$$

$$S.O. \leq 10\% \rightarrow \xi = 0,6 \Rightarrow \begin{cases} \frac{\omega_c}{\omega_n} = 0,7 \\ \omega_n \end{cases} ; M_f^d = 60(\text{gráficas})$$

$$t_r \leq 10 \text{sg} \Rightarrow \frac{\pi}{\xi \omega_n} \leq 10 \Rightarrow \omega_n \geq 0,5236$$

$$\frac{\omega_c}{\omega_n} = 0,7 \Rightarrow \omega_c^d \geq 0,4$$

$$t_r \leq 10 \text{ segundos}$$

A la frecuencia de corte deseada el módulo (en unidades) del regulador PI es 5.59 y el argumento es de  $-26.56^\circ$

Calculamos el margen de fase del sistema +PI a la frecuencia de corte deseada 0.4

$$M_f = M_f(\text{sistema}) + \text{argumento}(PI) = 108.5^\circ - 26.56^\circ = 81.94^\circ \geq M_f^d$$

Ajuste de la ganancia

$$20 \log |G(j\omega)| + 20 \log K_R + 20 \log 5,59 = 0$$

$$-7.14 + 20 \log K_R + 20 \log 5,59 = 0$$

$$K_R = 0.4070$$

$$R(s) = 0.4070 \frac{1 + 5s}{s}$$

**Ejercicio 2**

**3,5 puntos**

Las siguientes líneas de programa constituyen el algoritmo de control correspondiente con la estrategia básica de control realimentado sobre un sistema de primer orden básico de ganancia estática 0.5 y con una constante de tiempo de 3 segundos.

```

Inicio
  Acción:=0;
  Error_ant:=0;
  Siguiente:= Leer_Releoj;
  Bucle
    Referencia:= Leer_Referencia;
    Salida:= Leer_Salida;
    Error:= Referencia - Salida;
    Acción:= Acción + 20*Error - 20*0.9672*Error_ant;
    Aplicar_Acción(Acción);
    Error_ant:= Error;
    Siguiente:=Siguiente + 0.1;
    Esperar_hasta(Siguiente)
  Fin_Bucle
Fin
    
```

Se pide:

- a) Extrae la función de transferencia del regulador.
- b) Analiza el comportamiento del sistema controlado con dicho algoritmo (estabilidad, transitorio, permanente).
- c) ¿Cuáles son las acciones inicial y final ante una referencia en escalón de amplitud 2?
- d) Modifica el algoritmo anterior para albergar los modos automático y manual, procurando que la transición del modo manual al modo automático se realice de forma gradual.
- e) Comprueba el correcto funcionamiento del método implementado en el apartado anterior. Supón que el sistema se halla en modo manual y en régimen permanente con una acción establecida por el operador de valor 3.8. ¿Cuál será la primera acción del modo automático si se conmuta a dicho modo en las condiciones enunciadas y con una referencia de automático de valor 2.0?

**Solución**

a) A la vista de la ecuación de de control incluida en el algoritmo ( $u_k = u_{k-1} + 20(e_k - 0.9672e_{k-1})$ ), podemos aplicar la transformada Z inversa con el fin de obtener la siguiente función de transferencia:

$$R(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = 20 \frac{1 - 0.9672z^{-1}}{1 - z^{-1}} = 20 \frac{z - 0.9672}{z - 1}$$

b) Para poder analizar el comportamiento del sistam controlado, deberemos contar con un modelo válido del mismo. Para ello, deberemos discretizar el conjunto bloqueador-sistema a controlar, considerando adicionalmente la función de transferencia del regulador obtenida en a)

$$B_0G(z) = Z\left(L^{-1}\left(B_0(s)G(s)\right)\right) = (1 - z^{-1})Z\left(L^{-1}\left(\frac{G(s)}{s}\right)\right) = \frac{z-1}{z} \left( L^{-1}\left(\frac{0.5}{s(1+3s)}\right) \right) = \frac{0.016392}{z - 0.9672}$$

$$F(z) = \frac{R(z)B_0G(z)}{1 + R(z)B_0G(z)} = \frac{0.3278}{z - 0.6722}$$

Como puede verse, un sistema de **primer orden simple estable** (un único polo en  $z = 0.6722$ )

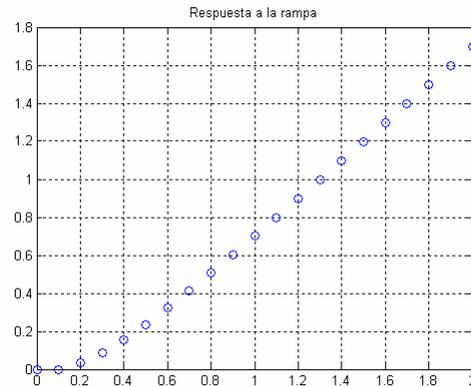
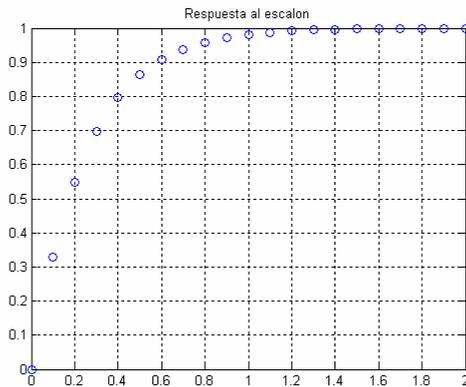
**Transitorio:** a través del sistema continuo equivalente al escalón podremos conocer la ubicación del único polo en s, y por tanto su tiempo de respuesta:

$$z = e^{sT} \Rightarrow s = \frac{\ln(z)}{T} = \frac{\ln(0.6722)}{0.1} = -3.9720 = -\frac{1}{\tau} \Rightarrow tr = 3\tau \cong 0.75 \text{ seg.}$$

**Permanente:** al incluir un integrador en la cadena directa (el del regulador), el sistema será tipo 1, por lo que los errores de posición y de aceleración serán cero e infinito respectivamente. En cuanto al error de velocidad:

$$e_v = \frac{T}{K_v} = \frac{0.1}{\lim_{z \rightarrow 1} \left( (z-1) \frac{20 \cdot 0.016392}{z-1} \right)} = 0.305$$

A continuación se muestran las respuestas de  $F(z)$  al escalón y a la rampa unitarias



c) La acción inicial es fácilmente deducible siguiendo la traza de la primera ejecución del algoritmo de control:., arrojando un valor de 40. La acción final también podremos deducirla, pues como el error es 0, la salida permanecerá en 2, lo que requiere forzosamente un valor de acción de 4 debido a que la ganancia estática del sistema a controlar es 0.5.

De una forma más ortodoxa, podríamos obtener  $U(z)$  y aplicar los teoremas de valor inicial y final:

$$U(z) = R(z)(1 - F(z)) \frac{2z}{z-1} = 20 \frac{z-0.9672}{z-1} \left( 1 - \frac{0.3278}{z-0.6722} \right) \frac{2z}{z-1} = 40 \frac{z-0.9672}{z-1} \frac{z}{z-0.6722}$$

$$u(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} U(z) = 40$$

$$u(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)U(z) = \lim_{z \rightarrow 1} 40 \frac{z-0.9672}{z-0.6722} = 4$$

d) De los métodos posibles se va a implementar el método de inicialización de la acción anterior con el fin de propiciar el seguimiento de la acción manual. Este método se basa en asignar un valor nulo a todas aquellas variables relativas a instantes previos salvo la acción anterior (en este caso, el error anterior). De esta forma, despejando acción anterior:

$$u_{manual} = u_{c-1} + 20e_c \Rightarrow u_{c-1} = u_{manual} - 20e_c$$

El algoritmo podría quedar como sigue:

```

Inicio
  Acción_anterior:=0;
  Error_ant:=0;
  Siguiete:= Leer_Relej;
  Bucle
    Referencia:= Leer_Referencia;
    Salida:= Leer_Salida;
    Error:= Referencia - Salida;
    Si modo_manual
      Acción:=Acción_manual;
      Acción_ant:=Acción_manual-20*Error;
      Error_ant:=0;
    Si_no
      Acción:= Acción_ant + 20*Error - 20*0.9672*Error_ant;
      Acción_ant:=Acción;
      Error_ant:= Error;
    Fin_si
    Aplicar_Acción(Acción);
    Siguiete:=Siguiete + 0.1;
    Esperar_hasta(Siguiete)
  Fin_Bucle
Fin
  
```

e) En las circunstancias enunciadas, la salida en modo manual estaría estabilizada en  $0.5 \cdot 3.8 = 1.9$ , con lo que el error en el instante de cambio sería 0.1. Ello determina una inicialización de  $Acción\_ant$  de valor  $3.8 - 20 \cdot 0.1 = 1.8$ .

La primera ejecución en modo automático será:  $Acción := 1.8 + 20 \cdot 0.1 = 3.8$ , con lo que queda demostrado el correcto funcionamiento del método.

**Ejercicio 3**

**1,5 puntos**

Emulación programada de reguladores continuos vs. Síntesis directa en z.

a) Compara los 2 métodos de diseño de controladores programados, resaltando sus ventajas e inconvenientes en los siguientes aspectos:

- Sencillez de obtención
- Consumo de recursos
- Legibilidad del algoritmo de control

b) A la vista de lo anterior, establece justificadamente dos contextos diferentes en los que sea ventajosa cada una de las técnicas de diseño analizadas.

**Solución**

a) Yendo aspecto por aspecto:

**Sencillez de obtención:** la emulación programada de reguladores continuos es **mucho más fácil de obtener** debido a:

- Se puede obviar la transformada Z, obteniendo el regulador por métodos universalmente conocidos por quien tuviere unas mínimas nociones de control.
- La discretización del regulador continuo se puede llevar a cabo utilizando diferencias hacia atrás (método basado en las definiciones de derivada e integral, bien conocidas por todos)

Se trata, en definitiva, de seguir el siguiente esquema:

$$R(s) \rightarrow \text{ecuaciones diferenciales} \rightarrow \text{ecuaciones en diferencias} \rightarrow \text{Programación.}$$

**Consumo de recursos:** la *emulación programada de reguladores continuos* consume más recursos (tiempo de CPU) debido a que su correcto funcionamiento está indefectiblemente unido al empleo de períodos de muestreo muy pequeños (menores que los que pueden utilizarse en el método de síntesis directa en Z).

**Legibilidad:** en general, la *emulación programada de reguladores continuos* suele ofrecer algoritmos que reflejan explícitamente las componentes proporcional, integral y/o derivativa de la acción calculada, lo que supone una mayor legibilidad (entendiendo la *legibilidad* como la capacidad de interpretación del código fuente sin apoyo documental) que aquellos algoritmos que provienen del método de síntesis directa en Z.

b) Vistas las ventajas e inconvenientes de los 2 métodos, se sugieren 2 contextos diferentes en los que se aconseja el uso de una u otra técnica de diseño:

- Un primer contexto en el que un micro procesador embarcado (empotrado) en un proceso, no debe atender tareas más allá del cálculo de la acción de control: en este caso, el procesador está dedicado en exclusiva al control, por lo que no hay problemática asociada al consumo de recursos. Ello determina que el método a usar (sencillez, legibilidad) sea el de *emulación programada de reguladores continuos*
- En aquellos casos en los que el microprocesador disponible deba atender otras tareas de control, además de tareas de monitorización/supervisión que den “valor añadido” al control, deberá cuidarse en extremo el consumo de recursos por parte de las tareas de control, lo que puede determinar el uso de la técnica denominada de *síntesis directa en Z* debido a su menor consumo de tiempo de CPU.



# REGULACION AUTOMATICA

## Cuestiones Prácticas 5..9

09-06-2009

### Cuestión 1

El control de un sistema de primer orden con ganancia estática 1 se implementa mediante un Autómata Programable cuya acción de control es:

$$y(k) = 2 \cdot \varepsilon(k) + 5000$$

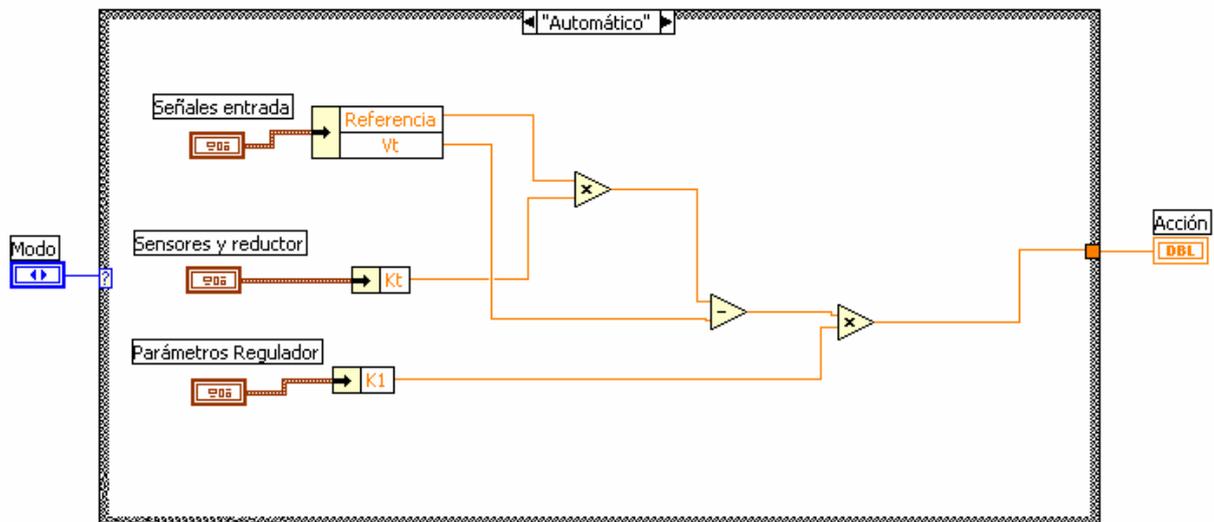
donde  $\varepsilon(k)$  es el error. ¿Cuál es el error de posición en régimen permanente ante una entrada escalón de valor 2000?

### Cuestión 2

El algoritmo de control de posición de un motor de corriente continua cuya función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{0.57}{s(1 + 0.05s)}$$

se implementa en un computador utilizando la herramienta Labview. El bloque correspondiente al regulador es el siguiente:

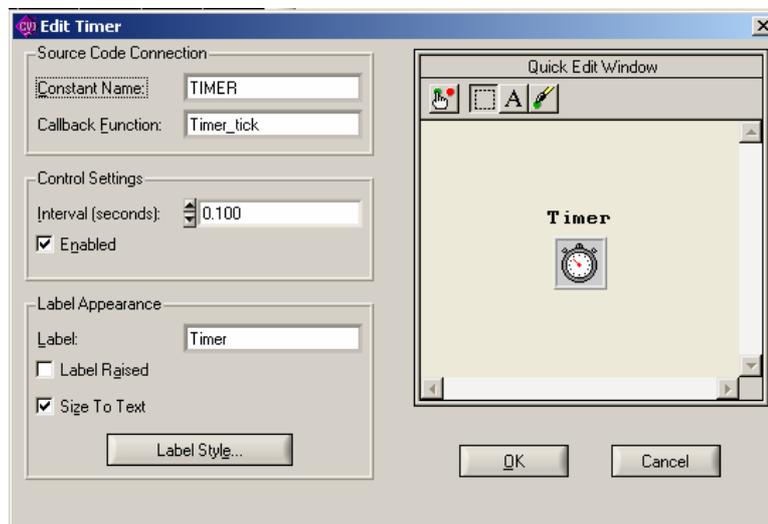
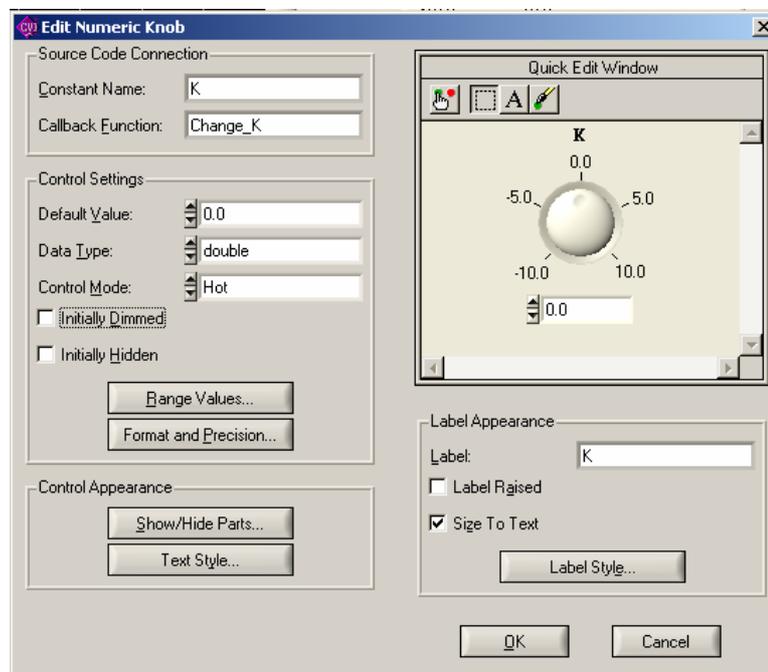
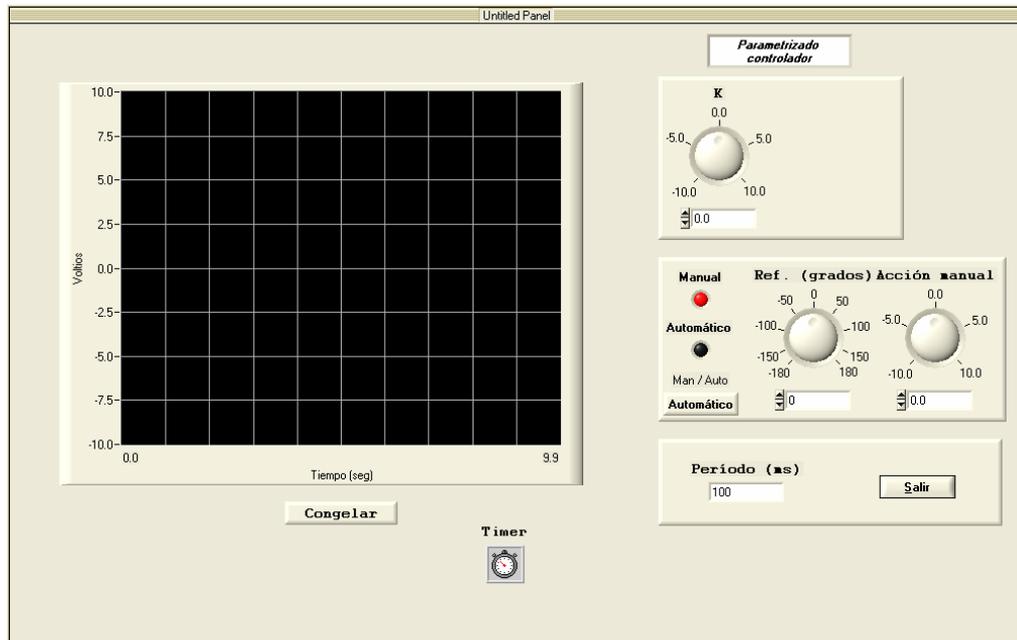


- ¿Cual es la acción de control y el error de posición en régimen permanente?
- ¿Cuál es el valor de la K1 que permitiría el menor tiempo de respuesta?

### Cuestión 3

En las siguientes figuras se presentan, el panel de control de un motor mediante un regulador proporcional, así como las propiedades de dos de los elementos del panel.

- ¿Cómo se llama la función donde se ha de implementar el algoritmo de control?
- Si se quiere cambiar el nombre que aparece en el panel de control para la parte proporcional de K a Kr, ¿donde se puede hacer el correspondiente cambio?



### Cuestión 1 (0.2 puntos)

El error de posición se calcula:

$$\varepsilon = ref - (2 \cdot \varepsilon + 5000) \cdot 1 \Rightarrow \varepsilon = \frac{ref - 5000}{3} = -1000$$

### Cuestión 2 (1.3 puntos)

La acción de control implementada en Labview es:

$$u = (ref * K_t - V_t) \cdot K_1 \quad (0.65 \text{ puntos})$$

(a) Dado que el sistema tiene un integrador en la cadena directa (sistema de tipo 1) el error de posición es cero. Si el error de posición es cero, la acción en régimen permanente, proporcional al error, también es cero:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} U(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} K_1 \cdot \varepsilon(t) = K_1 \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = K_1 \cdot e_p = 0 \quad (0.4 \text{ puntos})$$

(b) El regulador utilizado es un regulador proporcional de constante  $K_1$ . Para obtener el tiempo de respuesta se obtendrá la función de transferencia en bucle cerrado:

$$F(s) = \frac{0.57 \cdot K_1 \cdot K_t}{0.05s^2 + s + 0.57 \cdot K_1} = \frac{11.4 \cdot K_1 \cdot K_t}{s^2 + 20s + 11.4 \cdot K_1} \quad (0.1 \text{ puntos})$$

Siendo un sistema de segundo orden, el menor tiempo de respuesta se obtiene para  $\xi = 0.7$  (0.15 puntos; 0.05 si se han hecho los cálculos con  $\xi = 1$ ), de donde:

$$\left. \begin{array}{l} \xi = 0.7 \\ 2\xi\omega_n = 20 \end{array} \right\} \Rightarrow \omega_n = 14.29$$

Por otro lado:  $\omega_n^2 = 11.4 \cdot K_1 \Rightarrow K_1 = 17.9$

### Cuestión 3 (1 punto)

(a) Las tareas de control son periódicas, por lo cual la rutina que se ejecuta cada período de muestreo deberá formar parte de la atención al evento `Timer_tick` del reloj `Timer`. (0.5 puntos; 0.2 si se ha mencionado `Callback_Function`)

(b) El cambio de nombre en el panel de control se hace utilizando el campo `Label` del elemento `Label appearance`. (0.5 puntos)