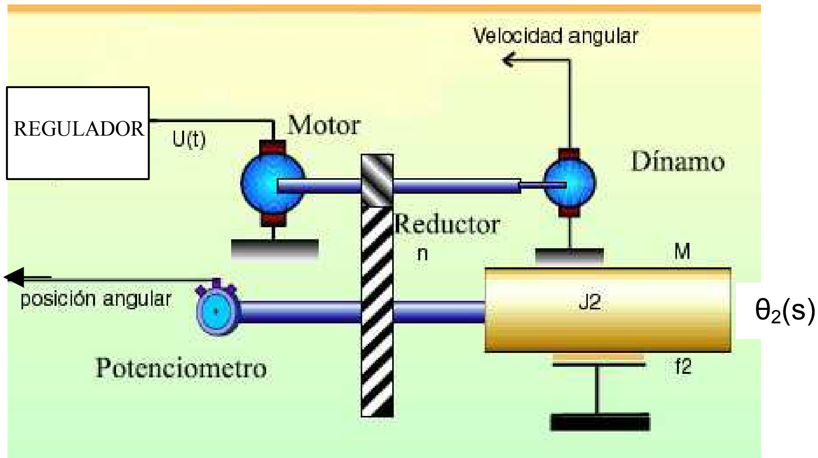
REGULACION AUTOMATICA

Primera convocatoria

5 de febrero de 2009

Ejercicio 1 **3 puntos**

Se desea controlar la posición angular de una masa **M** mediante un motor de corriente continua controlado por inducido, a través de un reductor de relación **n.** La masa presenta una inercia $\mathbf{J_2}$ y un rozamiento cuyo coeficiente es $\mathbf{f_2}$. El sistema completo se muestra en la siguiente figura:



a) Sabiendo que la función de transferencia en bucle abierto entre la posición angular $\theta_2(s)$ de la masa M y la tensión de excitación del motor U(s) es $\frac{\theta_2(s)}{U(s)} = \frac{K_m}{(\tau_m s+1)s}$. Obtener los parámetros $\mathbf{K_m}$ y $\boldsymbol{\tau_m}$ en función de los parámetros del motor (resistencia **R**, Constante de par **Kp**, Constante eléctrica **Ke**, inercia de rotor $\mathbf{J_1}$, rozamiento en rotor $\mathbf{f_1}$), de la relación del reductor **n**, y de la inercia $\mathbf{J_2}$ y rozamiento $\mathbf{f_2}$ de la masa **M**.

b) Se desea controlar la posición angular de la masa M, sin error de posición en régimen permanente, con una sobreoscilación del 10% y con un tiempo de respuesta menor de 2 segundos, mediante la utilización de un **servopropulsor**. Para ello se utiliza un sensor de velocidad (dinamo) de ganancia $\mathbf{K\omega}$ = 0,04 V/rad*s^{-1} en el eje del motor y un sensor de posición (potenciómetro) con una ganancia $\mathbf{K_\theta}$= 0.6 V/radian, colocado en el eje de la masa. Obtener los valores K1 y K2 de los reguladores de este servopropulsor, utilizando como función de transferencia del sistema motor-reductor $\frac{\theta_2(s)}{U(s)} = \frac{0.152}{(1.25s+1)s}$ y un valor de n=125 para el reductor.

c) Demostrar que utilizando un único regulador tipo proporcional, en la configuración de un bucle de realimentación simple, no es posible controlar la posición angular de la masa con el tiempo de respuesta solicitado (Tr ≤ 2 s).

Ejercicio 2 **1,75 puntos**

a) Calcular el tiempo de respuesta del sistema cuya función de transferencia es $G(s) = \dfrac{5}{(s+50)(s^2+2.5s+1)}$. Razona tu respuesta.

b) Si este sistema se controla mediante un integrador puro de constante K, indica el rango de valores de K que hacen estable el sistema completo en bucle cerrado.

c) Dado el sistema $G(z) = \dfrac{z-0.3}{(z-0.25)^2+0.6614^2}$, calcula el coeficiente de amortiguamiento y el tiempo de respuesta del sistema en tiempo continuo equivalente, utilizando un periodo de muestreo de T=0,1 s.

Ejercicio 3 **2.75 puntos**

Se desea realizar un control por ordenador de un sistema cuya función transferencia es $G(S) = \dfrac{9}{(s+3)(s+6)}$, de forma que Tr ≤ 1 seg, SO=0% y e_p=0 (Error de posición en regimen permanente)

a) Obtener la expresión del regulador R(z) por el método de síntesis clásico, utilizando diferencias hacia atrás, para que se cumplan las especificaciones del enunciado, teniendo en cuenta que se desea que el regulador utilizado sea un PID. Razona la elección del tiempo de muestreo.

b) Obtener la expresión del regulador R(z) para el control del mismo sistema, con los mismos requerimientos de control (con T=0.1 seg.), mediante el método de imposición directa de polos y ceros, teniendo en cuenta que se quiere que el sistema en bucle cerrado sea de primer orden (razona la consecuencia de esta imposición). Elige para la ganancia K del regulador el valor, que cumpliendo las especificaciones, da un error de velocidad en régimen permanente menor.

NOTA: Utiliza $B_0G(z) = 0.03357\dfrac{z+0.7395}{(z-0.7408)(z-0.5488)}$, pero indica en el desarrollo del ejercicio la expresión que sirve para su obtención.

c) Escribe las instrucciones que realizan el regulador anterior en forma programada, con la posibilidad de pasar de modo manual a modo automático sin golpe.

Prácticas **2.5 puntos**

1) El siguiente código en Matlab permite el cálculo de la respuesta de un sistema de primer orden a una señal de entrada desconocida:

```
tfinal=input('Tiempo final de simulación');
K=input('Ganancia sistema de primer orden');
T=input('Constante de tiempo del polo');
num=K;
den=[T  1  0];
periodo=tfinal/1000;
t=0:periodo:tfinal;
r=t;
s=lsim(num,den,r,t);
plot(t,s)
```

a) ¿Cuál es esa señal de entrada?

b) Escribir, de forma similar al ejemplo mostrado y manteniendo la expresión dada para r y t, el código en Matlab a utilizar para visualizar gráficamente la respuesta al escalón de amplitud 4 y a la rampa de pendiente 3.

2) Se muestra a continuación una parte del código en C empleado en la práctica 5 para realizar el control de un circuito mediante el entorno CVI Windows:

```
int CVICALLBACK Timer_tick (int panel, int control, int event,
                void *callbackData, int eventData1, int eventData2)
{
        switch (event)
                {
                case EVENT_TIMER_TICK:
                        sal=analog_input_9112 (0);
                        error=ref-sal;
                        if (automatico==1)
                                {
                                integral_error=integral_error+T*error;
                                u_auto=Ki*integral_error;
                                accion=u_auto;
                                }
                        else
                                {
                                accion=u_man;
                                }
                        analog_output_9112 (accion);
                                        ...
```

Se pide:

a) Explica detalladamente la utilidad que tenían las funciones ***analog_input_9112*** y ***analog_output_9112*** en la práctica.

b) ¿Qué regulador se está implementando? ¿Qué tipo de discretización de las ecuaciones diferenciales que modelan el regulador se está empleando? ¿Cómo debe ser el periodo de muestreo elegido para trabajar correctamente con este tipo de discretización?

3) Un motorreductor de corriente continua es usado para un sistema de control de velocidad. La Función de Transferencia del sistema que relaciona la tensión V_e del inducido con la velocidad angular de salida del reductor ω viene dada por:

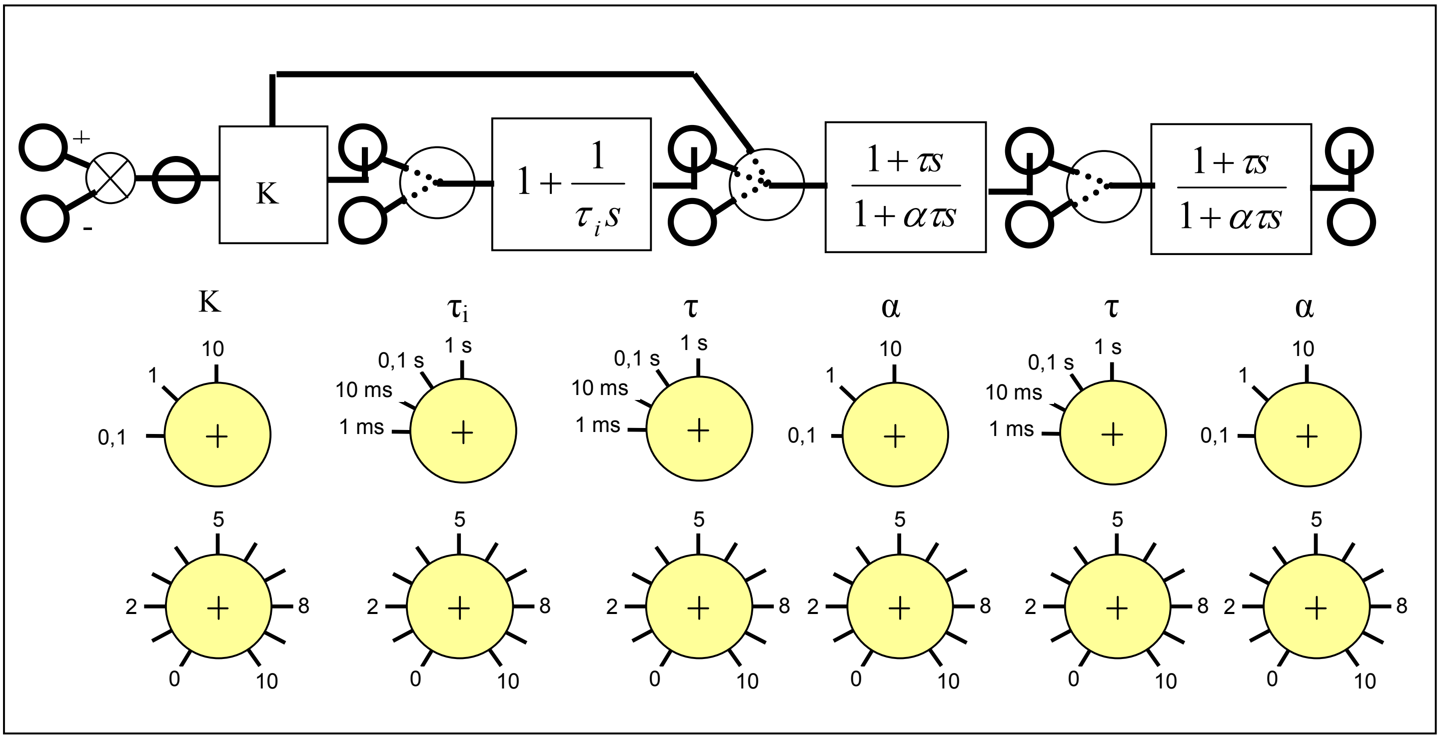
$$G(s) = \frac{0.35}{0.07s + 1}$$

a) ¿Cómo se calcula de forma práctica la ganancia estática de este sistema ante una señal de entrada escalón de 2V, si el valor observado en el osciloscopio en lazo abierto es 1.98V y la medida se ha realizado mediante una dinamo tacométrica situada en el eje del motor?

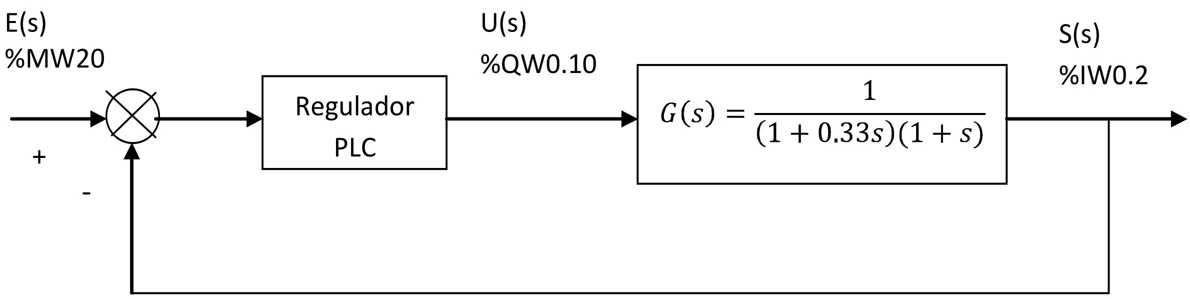
b) Dado el siguiente regulador:

$$R(s) = \frac{0.3 + 0.021s}{0.07s}$$

Establece las conexiones a realizar en la caja de reguladores para controlar el sistema de velocidad. Así mismo, posiciona los potenciómetros con los valores correspondientes al regulador proporcionado.



4) Un sistema continuo es controlado mediante un autómata programable. Para realizar el cálculo del regulador suponiendo un muestreo rápido se considera el siguiente diagrama:



La acción del regulador es entregada por la función:
PID(' ', ' ', %IW0.2, %QW0.10, %M10, %MW20:43)

Donde las variables %MW22, %MW23 y %MW24 son respectivamente la ganancia del Regulador K_P, el tiempo de acción integral T_i y el tiempo de acción derivativa T_d.

a) Calcular la ganancia estática teórica del sistema G(s). ¿Cómo o con qué expresión calcularías la ganancia estática de forma práctica considerando las variables medidas del Autómata?

b) Suponiendo que no existen acción integral y derivativa, la señal de acción del regulador vendría expresada por:

$$U(s) = \frac{K_P}{100} Error + 5000$$

¿Con que objeto se utiliza un offset de 5000?

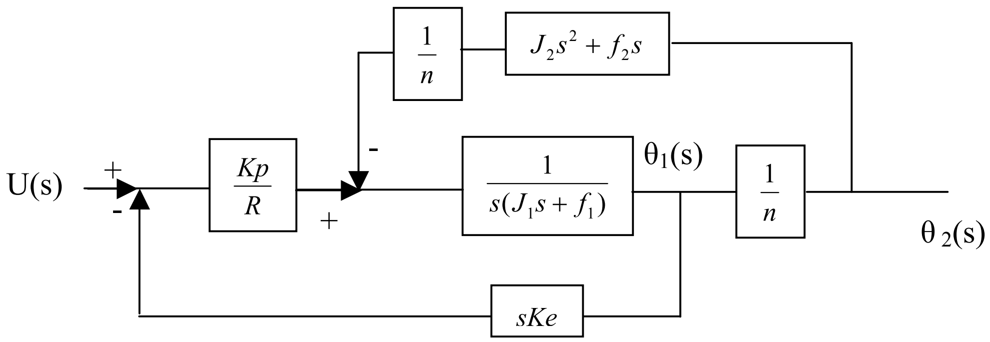
REGULACIÓN AUTOMÁTICA
Resolución Examen Primera Convocatoria
5 de febrero de 2009

Ejercicio 1 **3 puntos**

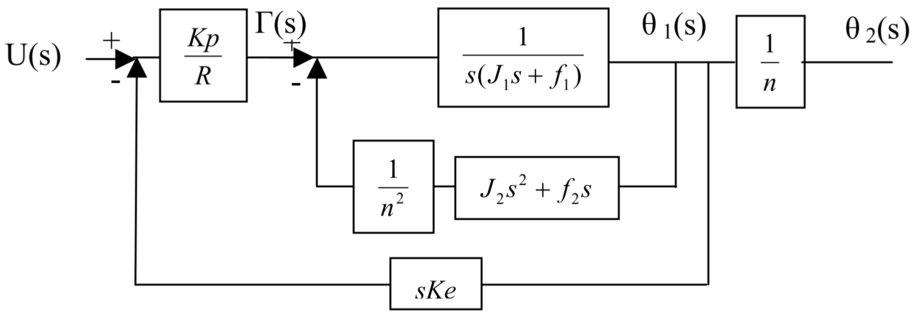
a) La función de transferencia del sistema motor-reductor será:

$$G(s) = \frac{\theta_2(s)}{U(s)} = \frac{K_m}{(\tau_m s + 1)s}$$

La obtenemos a partir del siguiente diagrama de bloques:



Modificamos el diagrama para que nos queden dos bucles de realimentación:



Desarrollando de forma sucesiva las funciones de transferencia de los bucles nos queda:

$$\frac{\theta_1(s)}{\Gamma(s)} = \frac{\dfrac{1}{J_1 s^2 + f_1 s}}{1 + \dfrac{1}{n^2}\cdot\dfrac{J_2 s^2 + f_2 s}{J_1 s^2 + f_1 s}} = \frac{1}{(J_1 + \dfrac{J_2}{n^2})s^2 + (f_1 + \dfrac{f_2}{n^2})s}$$

$$\frac{\theta_2(s)}{u(s)} = \frac{1}{n}\cdot\frac{\dfrac{\dfrac{Kp}{R}}{(J_1 + \dfrac{J_2}{n^2})s^2 + (f_1 + \dfrac{f_2}{n^2})s}}{1 + K_e s\cdot\dfrac{Kp}{R}\cdot\dfrac{1}{(J_1 + \dfrac{J_2}{n^2})s^2 + (f_1 + \dfrac{f_2}{n^2})s}}$$

$$\frac{\theta_2(s)}{u(s)} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\frac{Kp}{R}}{((J_1 + \frac{J_2}{n^2})s + f_1 + \frac{f_2}{n^2} + \frac{KpKe}{R})s}$$

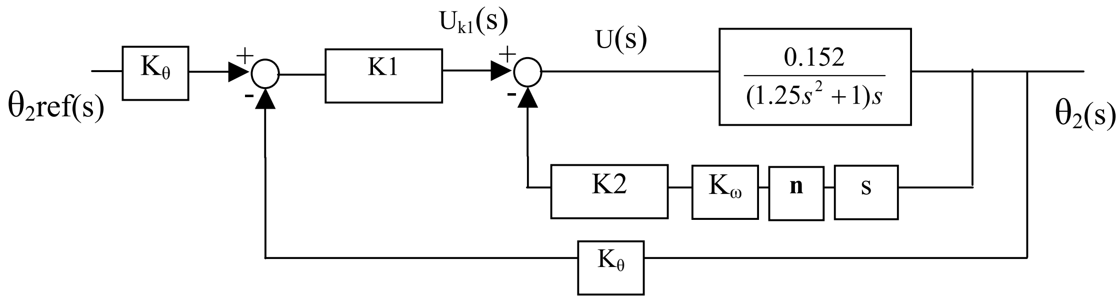
$$\frac{\theta_2(s)}{u(s)} = \frac{\frac{Kp}{n \cdot R \cdot (f_1 + \frac{f_2}{n^2} + \frac{KpKe}{R})}}{\left[\left(\frac{J_1 + \frac{J_2}{n^2}}{f_1 + \frac{f_2}{n^2} + \frac{KpKe}{R}}\right)s + 1\right]s} = \frac{K_m}{(\tau_m s + 1)s}$$

Luego:

$$K_m = \frac{Kp}{n \cdot R \cdot (f_1 + \frac{f_2}{n^2} + \frac{KpKe}{R})}$$

$$\tau_m = \frac{J_1 + \frac{J_2}{n^2}}{f_1 + \frac{f_2}{n^2} + \frac{KpKe}{R}}$$

b) El regulador tipo servopropulsor tendrá la estructura del diagrama siguiente, con dos realimentaciones, una en posición y otra en velocidad. Además hay que tener en cuenta que la realimentación de velocidad se toma en el eje del motor, y no en el eje en el que estamos controlando. Como la función G(s) se ha calculado a la salida del reductor, esta realimentación hay que multiplicarla por el factor del reductor n (además de multiplicarla por s, para obtener la velocidad como derivada de la posición):



Necesitamos calcular la función de transferencia de todo el sistema, para eso empezamos obteniendo la del bucle interno:

$$\frac{\theta_2(s)}{U_{K1}(s)} = \frac{G(s)}{1 + K_2 \cdot K_\varpi \cdot n \cdot s \cdot G(s)} = \frac{0.152}{(1.25s+1)s + 0.152 K_2 K_\varpi ns}$$

El bucle completo tendrá como función de transferencia :

$$\frac{\theta_2(s)}{\theta_2 ref(s)} = \frac{0.152 K_1 K_\theta}{1.25 s^2 + (1 + 0.152 K_2 K_\varpi n)s + 0.152 K_1 K_\theta}$$

Sustituyendo n=125, K_θ=0.6 y K_ω=0.04 y dejando la expresión en la forma habitual de un sistema de segundo orden, tendremos:

$$\frac{\theta_2(s)}{\theta_2 ref(s)} = \frac{0.07296 K_1}{s^2 + (0.8 + K_2 0.608)s + 0.07296 K_1}$$

Como SO=10, ξ=0.6 (de la gráfica que relaciona la sobreoscilación con el coeficiente de amortiguamiento para sistemas subamortiguados) y por tanto:

$$Tr = \frac{\pi}{\xi\omega_n} \leq 2 \Rightarrow \xi\omega_n \geq 1.5708 \Rightarrow \omega_n \geq 2.6179$$

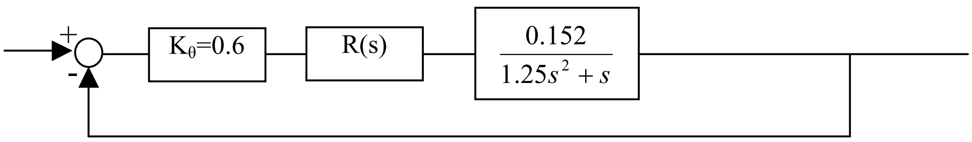
$$2\xi\omega_n = (0.8 + K_2 \cdot 0.608) \geq 2 \cdot 1.5708 \Rightarrow K_2 \geq 3.8513$$

tomando, por ejemplo, K_2=3.8513, entonces ω_n=2.6179

$$\omega_n{}^2 = 0.07296 K_1 = 6.85388 \Rightarrow K_1 = 93.94$$

Con estos valores para los reguladores se cumplen todas las condiciones pedidas. El error de posición en régimen permanente será cero porque la función del sistema a controlar es de tipo I.

b) En la realimentación de bucle simple clásico se cierra el bucle únicamente con un sensor de posición, en este caso un potenciómetro de constante K_θ=0.6V/rad. Por nuestra parte añadimos una acomodación del mismo valor y una vez simplificado el diagrama nos queda el bucle de realimentación unitaria:



Nos piden que probemos un regulador proporcional, por lo que tendremos R(s)=Kr. Por tanto la función de transferencia en bucle cerrado será:

$$F(s) = \frac{Kr \cdot 0.6 \cdot \dfrac{0.152}{1.25 s^2 + 1s}}{1 + Kr \cdot 0.6 \cdot \dfrac{0.152}{1.25 s^2 + 1s}}$$

$$F(s) = \frac{Kr \cdot 1.55 \cdot 0.02}{0.00585 s^2 + 0.0825 s + Kr \cdot 1.55 \cdot 0.02}$$

$$F(s) = \frac{Kr \cdot 0.6 \cdot 0.152}{1.25 s^2 + s + Kr \cdot 0.152 \cdot 0.6}$$

$$F(s) = \frac{0.07296 Kr}{s^2 + 0.8 s + 0.07296 Kr}$$

Es un sistema de segundo orden y como nos piden un sistema subamortiguado la condición para que se cumpla el tiempo de respuesta pedido será:

$$Tr = \frac{\pi}{\xi\omega_n} \leq 2 \Rightarrow \xi\omega_n \geq 1.5708$$

Pero en el sistema tenemos:

$$2\xi\omega_n = 0.8 \Rightarrow \xi\omega_n = 0.4$$

Por lo que queda demostrado que con un proporcional únicamente no se puede conseguir el tiempo de respuesta pedido. Si la sobreoscilación fuera nula, se debería probar con un regulador tipo PD (ya que al anular el polo del sistema nos queda un sistema en bucle cerrado de primer orden). Si queremos cumplir con la sobreoscilación propuesta en las especificaciones deberemos probar con un PAF, ya que al añadir un polo el sistema resultante será un sistema de segundo orden.

Ejercicio 2 **1.75 puntos**

a) El sistema $G(s) = \dfrac{s}{(s^2 + 2.5s + 1)(s + 50)}$ representa un sistema de tercer orden, veamos las constantes de tiempo de cada uno de los polos:

$$s_1 = -50 \Rightarrow \tau_1 = -\frac{1}{s_1} = 0.02 \ seg$$

$$s_2 = -2 \Rightarrow \tau_2 = -\frac{1}{s_2} = 0.5 \ seg$$

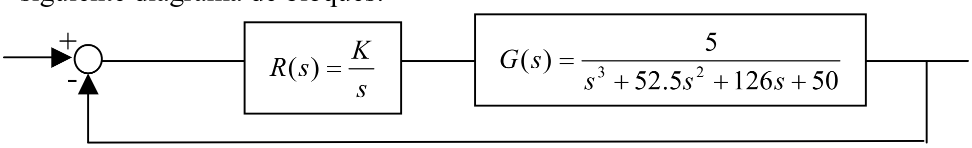
$$s_3 = -0.5 \Rightarrow \tau_3 = -\frac{1}{s_3} = 2 \ seg$$

Claramente se ve que el polo s1 es el polo dominado, ya que su constante de tiempo es mucho más pequeña (25 veces) que la menor de las otras. Luego podemos considerar el sistema como uno de segundo orden sobreamortiguado, ya que:

$$2\xi\omega_n = 2.5 \Rightarrow \xi = 1.25$$

$$Tr = 3\tau_3 + \tau_2 = 3 \cdot 2 + 0.5 = 6.5 \qquad segundos$$

b) Utilizando un integrador puro de constante K para el control del sistema tendremos el siguiente diagrama de bloques:



Para conocer el rango de K que hacen el sistema completo en bucle cerrado estable aplicaremos Routh a la ecuación característica de la función de transferencia del sistema completo:

$$F(s) = \frac{R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)} = \frac{5K}{s^4 + 52.5s^3 + 126s^2 + 50s + 5K}$$

$$EC = s^4 + 52.5s^3 + 126s^2 + 50s + 5K$$

Aplicando Routh:

s^4	1	126	5K
s^3	52.5	50	
s^2	125.04762	5K	
s	$\frac{125.04762 \cdot 50 - 52.5 \cdot 5K}{125.04762}$		
s^0	5K		

El criterio de estabilidad establece que en la primera columna no debe haber valores nulos y en toda ella los coeficientes que aparecen deberán ser del mismo signo. Por lo tanto tendremos:

- 5K > 0 => K>0
- $\frac{125.04762 \cdot 50 - 52.5 \cdot 5K}{125.04762} > 0 \Rightarrow 6252.381 - 262.5K > 0 \Rightarrow K < 23.8186$

Entonces, el rango de K según la estabilidad del sistema completo será:

$$0 < K < 23.8186 \Rightarrow \quad \textit{Sistema estable}$$
$$K = 23.8186 \Rightarrow \quad \textit{Sistema marginalmente estable}$$
$$K > 23.8186 \;\; y \;\; K \leq 0 \Rightarrow \quad \textit{Sistema inestable}$$

c) El tiempo de respuesta y el coeficiente de amortiguamiento del sistema G(z) lo obtendremos a partir de los polos en el plano S del sistema equivalente de G(z). Para eso obtenemos los polos de G(z) y los pasamos al plano S mediante la transformación $z=e^{sT}$. El periodo de muestreo que utilizaremos será T=0.1 segundos. Así

$$G(z) = \frac{(z-0.3)}{(z-0.25)^2 + 0.66143^2}$$

$$z_{1,2} = -0.25 \pm j0.66143$$
$$s = \sigma \pm j\omega_d$$
$$z_{1,2} = e^{sT} = e^{\sigma T} e^{\pm \omega_d T} = |z| e^{\pm j \arg(z)}$$

Con:

$$|z| = \sqrt{0.25^2 + 0.66143^2} = 0.7071$$

$$\arg(z) = tg^{-1}\left(\frac{0.66143}{0.25}\right) = 1.2094$$

Luego:

$$|z| = e^{\sigma T} \Rightarrow \sigma = \frac{\ln|z|}{T} = \frac{\ln 0.7071}{0.1} = -3.4658$$

$$\arg(z) = \omega_d T \Rightarrow \omega_d = \frac{\arg(z)}{T} = \frac{1.2094}{0.1} = 12.094$$

Del análisis de los sistemas en tiempo continuo sabemos:

$$\omega_n = \sqrt{\sigma^2 + \omega_d^{\ 2}} = 12.5808$$

$$\sigma = -\xi\omega_n \Rightarrow \xi = 0.2754 \ \ sistema \ \ subamortiguado$$

Por lo tanto el tiempo de respuesta será:

$$Tr = \frac{\pi}{\xi\omega_n} = 0.9 \ segundos$$

Ejercicio 3 **2.75 puntos**

a) Nos piden que controlemos el sistema G(s) mediante un PID digital, es decir emulado mediante un programa. El diseño de este regulador lo haremos en este apartado mediante el método clásico, haciendo la síntesis en tiempo continuo y luego discretizando, utilizando diferencias hacia atrás, el regulador obtenido en s. Partimos del sistema en el plano S:

$$G(s) = \frac{9}{(s+3)(s+6)} = \frac{0.5}{(\frac{1}{3}s+1)(\frac{1}{6}s+1)}$$

$$R(s) = K\frac{(\tau_i s+1)(\tau_d s+1)}{s}$$ Será el PID utilizado, compensando los polos de G(s) tendremos:

$$R(s) = K\frac{\left(\frac{1}{3}s+1\right)\left(\frac{1}{6}s+1\right)}{s}$$

$$G'(s) = R(s)G(s) = K\frac{\left(\frac{1}{3}s+1\right)\left(\frac{1}{6}s+1\right)}{s}\cdot\frac{0.5}{\left(\frac{1}{3}s+1\right)\left(\frac{1}{6}s+1\right)} = \frac{0.5K}{s}$$

La función de transferencia del bucle cerrado será:

$$F(s) = \frac{G'(s)}{1+G'(s)} = \frac{0.5K}{s+0.5K} = \frac{1}{\frac{1}{0.5K}s+1}$$

Para cumplir el tiempo de respuesta pedido:

$$Tr = 3\tau = \frac{3}{0.5K} \le 1 \Rightarrow K \ge 6$$

Elegimos K=6. Ahora debemos discretizar el regulador, para eso desarrollamos la expresión del mismo para encontrar la parte proporcional, la integral y la derivativa, teniendo en cuenta que la función de transferencia del regulador es el cociente entre la acción de este y el error que aparece en el restador (la referencia menos la salida):

$$R(s) = \frac{U(s)}{e(s)} = \frac{6}{s} + \frac{6}{3} + \frac{6}{6} + \frac{6}{18}s = 3 + \frac{6}{s} + \frac{1}{3}s$$

$$U(s) = 3e(s) + \frac{6}{s}e(s) + \frac{1}{3}e(s)s$$

Vemos que el primer termino corresponde a la parte proporcional, el segundo es la integral del error y el tercero representa al derivada del error. Por tanto, discretizando esta expresión, pasando a tiempo discreto K:

$$U_k = 3e_k + 6I_k + \frac{1}{3}\frac{e_k - e_{k-1}}{T}$$

En donde la integral será igual a:

$$I_k = I_{k-1} + Te_k$$

Para obtener la expresión en z del regulador R(z), pasamos las expresiones anteriores a z:

$$I(z) = I(z)z^{-1} + Te(z)$$

$$I(z) = \frac{Te(z)}{1 - z^{-1}}$$

$$U(z) = 3e(z) + 6I(z) + \frac{1}{3T}e(z) - \frac{1}{3T}e(z)z^{-1}$$

$$U(z) = (3 - \frac{1}{3T})e(z) + 6\frac{Te(z)}{1 - z^{-1}} - \frac{1}{3T}e(z)z^{-1}$$

Elegimos un periodo de muestreo muy rápido, con respecto al tiempo de respuesta pedido, luego hacemos que sea 50 veces más pequeño, con lo que tenemos: T=0.02

$$U(z) = 19.6667e(z) + 0.12\frac{e(z)}{1 - z^{-1}} - 16.6667e(z)z^{-1}$$

$$U(z) = \frac{19.6667(1 - z^{-1})e(z) + 0.12e(z) - 16.6667(1 - z^{-1})e(z)z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

$$U(z) = \frac{19.6667e(z) - 19.6667e(z)z^{-1} + 0.12e(z) - 16.6667e(z)z^{-1} + 16.6667e(z)z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

$$U(z) = \frac{19.7867 - 36.3334z^{-1} + 16.6667z^{-2}}{1 - z^{-1}}e(z)$$

La función de transferencia del regulador, pasando a Z con exponentes positivos, será por tanto:

$$R(z) = \frac{U(z)}{e(z)} = \frac{19.7867z^2 - 36.3334z + 16.6667}{z(z-1)}$$

b) Para obtener un regulador que cumpla con las especificaciones dadas por el método de imposición directa de polos y ceros debemos comenzar con la discretización del sistema. Se utilizará un bloqueador de orden cero, con lo que en Z tendremos (y según el enunciado):

$$B_0G(z) = (1 - z^{-1}) \cdot Z\left(L^{-1}\left[\frac{G(s)}{s} \right] \right) = 0.03357 \frac{(z + 0.7395)}{(z - 0.7408)(z - 0.5486)}$$

El regulador deberá cancelar los polos y los ceros estables. En la función de transferencia del sistema discretizado todos los polos y ceros son estables, pero el cero tiene la parte real negativa, lo que lo convierte en un polo oscilante en el regulador. Como el enunciado nos pide que el sistema en bucle cerrado sea de primer orden, cancelaremos también este polo:

$$R(z) = K \frac{(z - 0.7408)(z - 0.5486)}{(z + 0.7395)}$$

Y dado que las especificaciones del sistema final incluyen que el error de posición en régimen permanente debe ser nulo, añadiremos un inte~~r~~grador:

$$R(z) = K \frac{(z - 0.7408)(z - 0.5486)}{(z + 0.7395)(z - 1)}$$

Por tanto:

$G'(z) = R(z)G(z) = \dfrac{0.03357K}{(z-1)}$ y la función de transferencia en bucle cerrado será:

$$F(z) = \frac{R(z)G(z)}{1 + R(z)G(z)} = \frac{0.03357K}{z - 1 + 0.03357K}$$

Este sistema es de primer orden (como se pedía), por lo que no habrá sobreoscilación, y tiene un polo en $z_p = 1 - 0.03357K$

El tiempo de muestreo T deberá ser por lo menos 10 veces más pequeño que el tiempo de respuesta, por lo que elegimos T= 0.1 sg. (En la síntesis de reguladores por el método de imposición directa de polos y ceros no hace falta que sea tan rápido como en método clásico).

Vamos a calcular los valores que puede tomar la K para que se cumpla el tiempo de respuesta pedido:

$$Tr = 3\tau \leq 1\ sg \Rightarrow \tau = 0.3333 \Rightarrow s = \frac{1}{-\tau}$$

$$-\infty \leq s \leq -3$$

$$0 \leq zp \leq e^{sT} = e^{-0.3} = 0.7408$$

$$0 \leq 1 - 0.03357K \quad \Rightarrow \quad K \leq 29.7885$$

$$1 - 0.03357K \leq 0.7408 \quad \Rightarrow \quad K \geq 7.7212$$

El error de velocidad en régimen permanente para una entrada escalón unidad se calcula en base al parámetro Kv y el periodo de muestreo, luego:

$$Kv = \lim_{z\to 1}(z-1)G'(z) = \lim_{z\to 1}(z-1)\frac{0.03357K}{(z-1)} = 0.03357K$$

$$e_v = \frac{T}{K_v} = \frac{0.02}{0.03357K}$$

Para que el error de velocidad en régimen permanente sea el menor K debe ser el más grande posible dentro del margen establecido, por lo que tomamos K=29.788.

$$R(z) = 29.788\frac{(z-0.7408)(z-0.5486)}{(z+0.7395)(z-1)}$$

c) Vamos a desarrollar el regulador anterior para obtener el valor de la acción en función del error y de las muestras anteriores del propio error y de la acción, que servirá como instrucción principal en el programa de regulación:

$$R(z) = \frac{U(z)}{e(z)} = 29.788\frac{(z-0.7408)(z-0.5486)}{(z+0.7395)(z-1)} = 29.788\frac{(1-0.7408z^{-1})(1-0.5486z^{-1})}{(1+0.7395z^{-1})(1-z^{-1})}$$

$$U(z)(1-z^{-1})(1+0.7395z^{-1}) = e(z)29.788(1-0.7408z^{-1})(1-0.5486z^{-1})$$

$$U(z)(1-0.2605z^{-1}+0.7395z^{-2}) = e(z)29.788(1-1.2894z^{-1}+0.4064z^{-2})$$

Hallando la transformada Z inversa de cada uno de los términos tendremos:

$$U_k - 0.2605U_{k-1} + 0.7395U_{k-2} = 29.788e_k - 38.4086\,e_{k-1} + 12.1058\,e_{k-2}$$

y dejando en un lado la acción en el momento K:

$$U_k = 29.788e_k - 38.4086\,e_{k-1} + 12.1058\,e_{k-2} + 0.2605U_{k-1} - 0.7395U_{k-2}$$

Por lo que la sentencia para el programa será:

Accion= 29.788*error–38.4086*error_ant+12.1058*error_ant_ant + 0.2605*Accion_ant -0.7395* Accion_ant_ant;

Siendo error_ant, la muestra del error calculada en la iteración anterior a la actual, error_ant_ant, la muestra del error calculada en la iteración anterior a la anterior al momento actual. Accion_ant, la muestra de la acción calculada en la iteración anterior, y Accion_ant_ant, la calculada en la iteración anterior a la anterior al momento actual.

Para pasar del modo manual al automático sin golpe debemos inicializar la acción anterior, teniendo en cuenta los coeficientes del error y de la acción anterior. Por otro lado los demás términos deben ser cero, por lo que se inicializarán dichas variables a cero.

El programa con la parte correspondiente al paso de manual a automático sin golpe será:

```
INICIO
 Declaración de variables e inicialización
BUCLE
    referencia:=leer_referencia;
    salida:=leer_salida;
    error:=salida-referencia;
  Si_manual  /* modo manual   */
         Accion:= leer_acción_manual;
         Accion_ant:=(Accion-29.788*error)/0.2605;
         Accion_ant_ant:=0;
         error_ant:=0;
         error_ant_ant:=0;
  si_no /* modo automático */
        Accion:= 29.788*error–38.4086*error_ant+12.1058*error_ant_ant +
        0.2605*Accion_ant -0.7395* Accion_ant_ant;
         Accion_ant_ant:=Accion_ant;
         Accion_ant:=Accion;
         error_ant_ant:=error_ant;
         error_ant:=error;
   Fin si_manual
 Sacar(Accion);
 Esperar_siguiente_instante_de_muestreo;
FIN_BUCLE
FIN
```

Prácticas **2.5 puntos**

1) La señal de entrada es una rampa parabólica unitaria:

$$S(s) = r(s)\cdot\frac{num(s)}{den(s)} = \frac{1}{s^2}\cdot\frac{K}{Ts^2+s+0} = E(s)\cdot\frac{K}{Ts+1} \quad \Rightarrow \quad E(s) = \frac{1}{s^3} \quad \left(E(t) = \frac{1}{2}t^2\right)$$

Un posible código sería

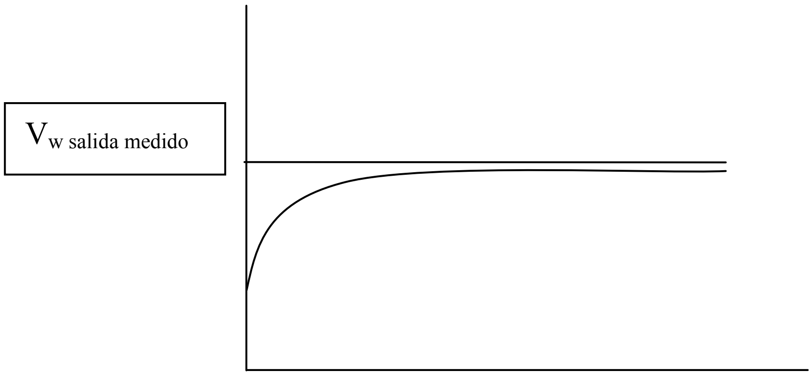
```
tfinal=input('Tiempo final de simulación');
K=input('Ganancia sistema de primer orden');
T=input('Constante de tiempo del polo');
num_esc=[4*K  0];
num_rampa=3*K;
den=[T  1];
periodo=tfinal/1000;
t=0:periodo:tfinal;
r=t;
s_esc=lsim(num_esc,den,r,t);
s_rampa=lsim(num_rampa,den,r,t);
plot(t,s_esc,t,s_rampa)
```

2)

a) Tienen como función convertir la conversión del voltaje a la entrada de la tarjeta en datos numéricos (***analog_input_9112)*** y convertir en voltaje el valor numérico calculado para la acción del regulador (***analog_output_9112)*** como señal de salida del ordenador.

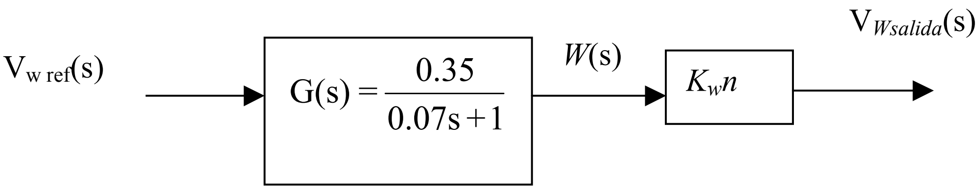
b) Se está implementando un integrador puro. La discretización utilizada es la de diferencias hacia atrás. El periodo de muestreo debe ser lo más pequeño posible, para que el sistema en su conjunto se comporte como si fuese un sistema continuo.

3) Se tiene una función de transferencia de primer orden. La señal de salida que se observaría en el osciloscopio es:



Grafica en el osciloscopio

Dado que los valores medidos no representan directamente la velocidad angular si no tensiones, se deben considerar la constante de la dinamo K_w y la relación entre los engranajes de entrada y salida del reductor n



La forma de calcular la Ganancia estática en lazo abierto es a partir de la expresión:

$$V_{\text{w salida medido}} = K_{\text{estatica}} K_{\text{w}} n \left| V_{wref} \right|$$

4) La expresión proporcionada corresponde a un regulador PI de la forma:

$$R(s) = k_i (1 + \frac{1}{\tau_i s})$$

Por lo tanto lo primero que se debe hacer es identificar los parámetros del regulador:

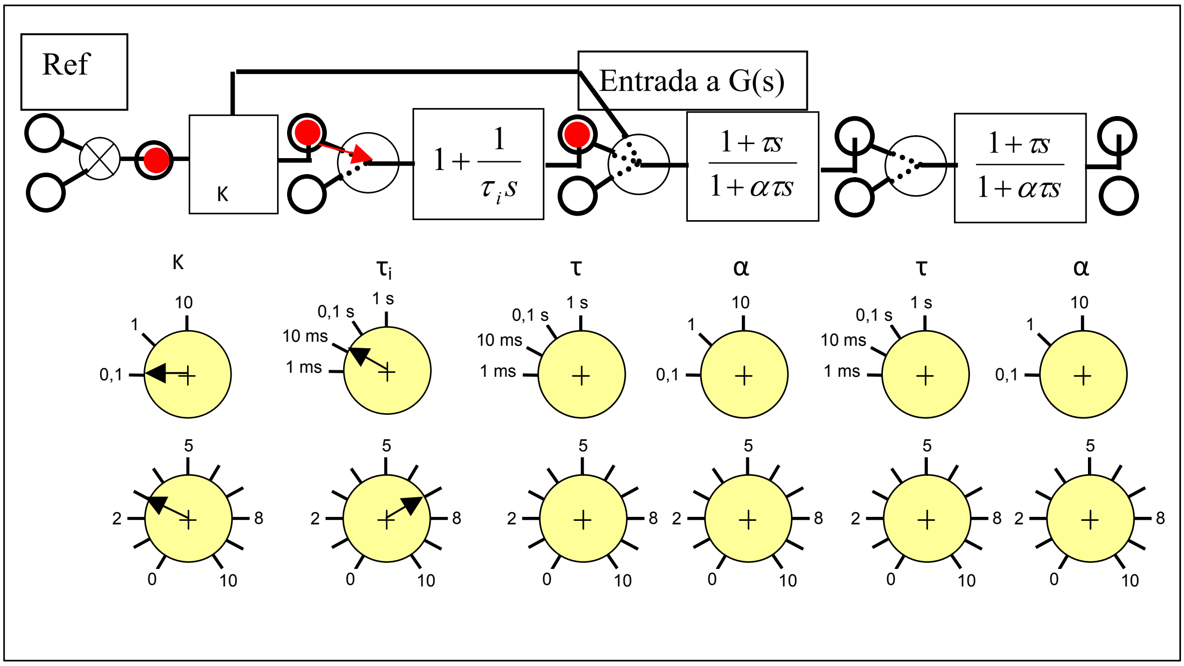
$$R(s) = \frac{0.3}{0.07s} + \frac{0.021s}{0.07s}$$

$$R(s) = \frac{4.28}{s} + 0.3$$

$$R(s) = 0.3 * (1 + \frac{1}{0.07s})$$

$$\begin{aligned}&donde\\&k_i = 0.3\\&\tau_i = 0.07\end{aligned}$$

Las conexiones para el regulador son:



4)

a) La ganancia estática teórica del sistema se puede calcular a partir de la función de transferencia en lazo abierto G(s):

$$G(s) = \frac{1}{(1+0.33s)(1+s)}$$

$$G(s) = \frac{1}{0.33s^2 + 1.33s + 1}$$

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 4.03s + 1} = \frac{K\omega_n^{\ 2}}{s^2 + 2\omega_n \gamma s + \omega_n^{\ 2}}$$

donde

$$\omega_n = 1 \quad K\omega_n^{\ 2} = 1 \quad K = 1$$

La ganancia estática medida en la práctica se puede obtener a partir de las variables %IW0.2 y %QW0.10 visibles en el programa de monitoreo PL7:

$$K = \frac{salida}{Entrada} = \frac{\%IW0.2}{\%QW0.10}$$

b) El offset se usa para representar valores negativos y positivos del error de posición de acuerdo a los valores de acción habituales. Para valores de acción mayores de 5000 (5 voltios) el error será positivo, mientras que para valores menores de 5000 el error será negativo.