INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL

EXÁMENES RESUELTOS CURSO 2007-2008
REGULACIÓN AUTOMÁTICA
ESPECIALIDAD ELÉCTRICOS

Profesores:
Jesús Paniagua
Carlos Estrada

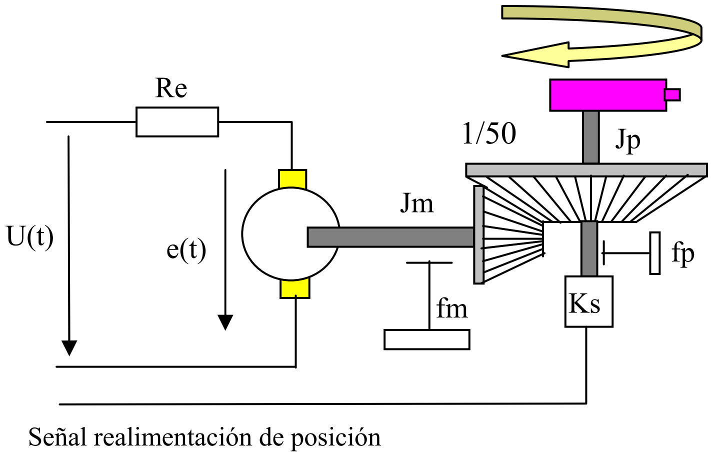
REGULACION AUTOMATICA

Primera convocatoria

15 de enero de 2008

Ejercicio 1 — 3 puntos

Se desea controlar en posición un puntero láser mediante el siguiente sistema:



Los valores de los parámetros del sistema son:

- Ke= 0.07 V/rad*s^{-1}
- Kp= 0.05 Nw*m/A
- R= 2.5 Ω
- Jmotor= 1.15 x 10^{-4} Kg*m^{2}
- fmotor= 2.2 x 10^{-4} Nw*m/ rad*s^{-1}
- Jplataforma= 5 x 10^{-3} Kg*m^{2}
- fplataforma= 75 x 10^{-3} Nw*m/ rad*s^{-1}
- Rango de tensión de entrada al motor = +/- 10 V.

Un motor de CC controlado por inducido mueve una plataforma giratoria mediante un piñón, formando con ella un engranaje cuyo factor de reducción (n) es 50. Para realimentar la posición se utiliza un sensor de posición potenciométrico cuya ganancia (Ks) de 1.55 V/radian.

Se pide:

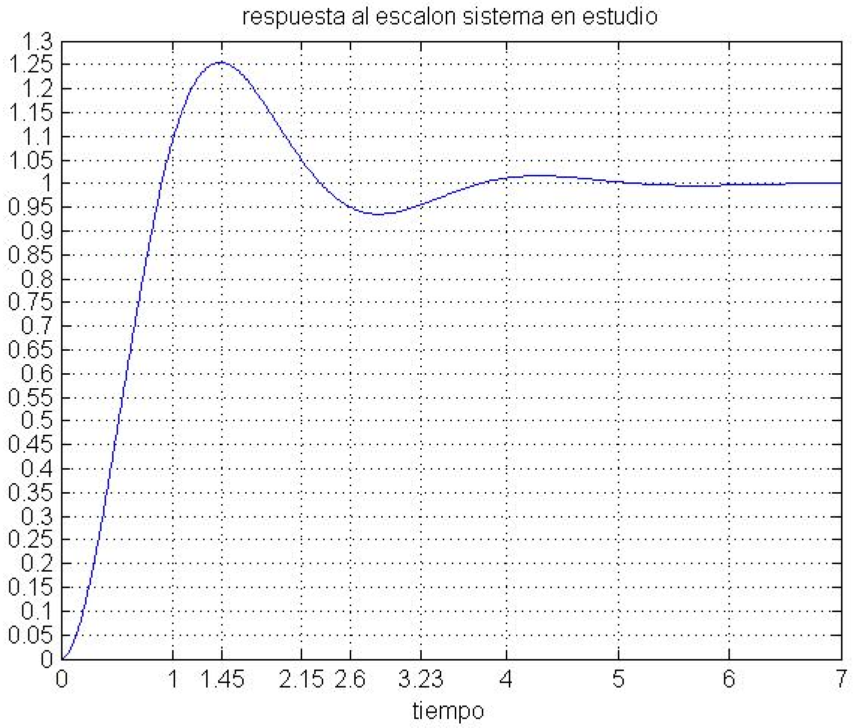
a) Función de transferencia del sistema indicado en bucle abierto (conjunto motor + plataforma).
b) Diseñar el regulador más sencillo para que el sistema realimentado presente el siguiente comportamiento: sin sobreoscilación, con un error de posición en régimen permanente nulo y tiempo de respuesta igual o menor a 0.7 segundos.
c) Para una entrada escalón unidad, se desea saber si la acción inicial del regulador calculado en el punto anterior saturará el sistema, teniendo en cuenta el rango de la tensión de entrada al motor.

Ejercicio 2 — 1.5 puntos

La respuesta de un sistema a un escalón unidad viene dada por la gráfica mostrada al final de este ejercicio.

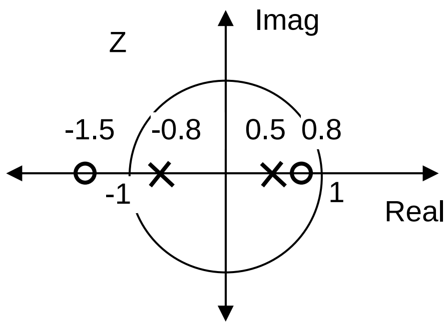
Se pide:

a) Función de transferencia del sistema considerando una ganancia de 0.5.
b) Si para su control se utiliza un regulador integral con un cero en s= –3 y una constate de integración Ki, indicar los intervalos de Ki que hacen el sistema en bucle cerrado estable, inestable y marginalmente estable.



Ejercicio 3 **3 puntos**

Dado un sistema discreto cuyo diagrama de polos y ceros en el plano Z (las **X** indican los polos y los **O** indican los ceros) es el mostrado en el diagrama siguiente y cuya ganancia estática es de 10:



Se pide:

a) Diseñar el regulador más sencillo mediante el método de imposición de polos, que cumpla con las siguientes especificaciones:
   - ep = 0
   - ev ≤ 1
   - S.O.= 0%,
   - Tr ≤ 1 sg

(Demuestra que se pueden ajustar todos los parámetros con una única constante).

b) Desarrollar un programa que utilice el regulador anterior, en el que exista un modo manual y uno automático, con posibilidad de pasar de manual a automático sin golpe.

c) Calcular la expresión general de la secuencia (en k) de la salida en bucle cerrado, utilizando el regulador anteriormente calculado, ante un escalón unidad.

Cuestiones de prácticas **2.5 puntos**

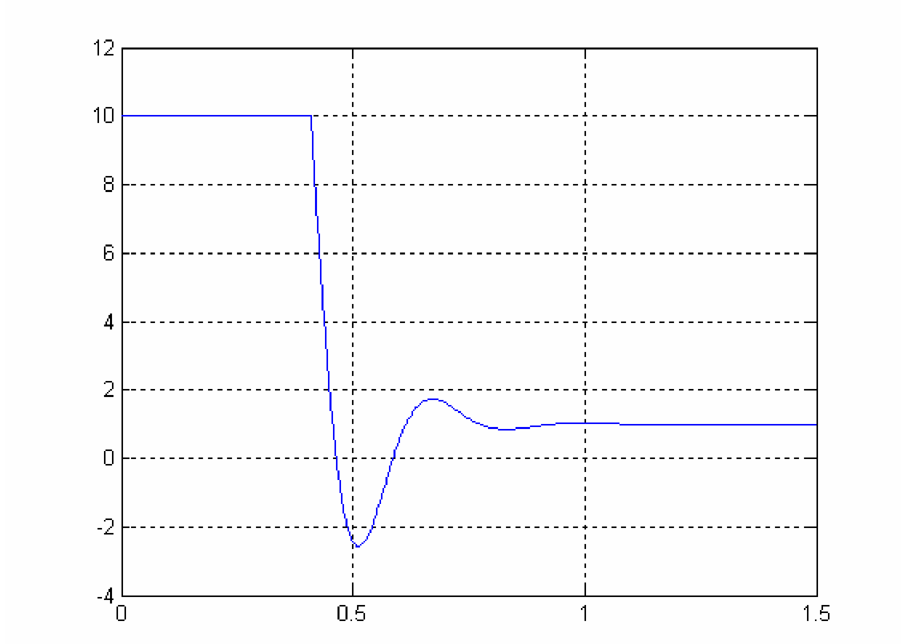
1) El siguiente código en Matlab permite el cálculo de la respuesta al impulso de un sistema de primer orden básico:

```
tfinal=input('Tiempo final de simulación');
K=input('Ganancia sistema de primer orden');
T=input('Constante de tiempo');
num=[K 0];
den=[T 1];
periodo=tfinal/1000;
t=0:periodo:tfinal;
u=ones(length(t),1);
s=lsim(num,den,u,t);
plot(t,s)
```

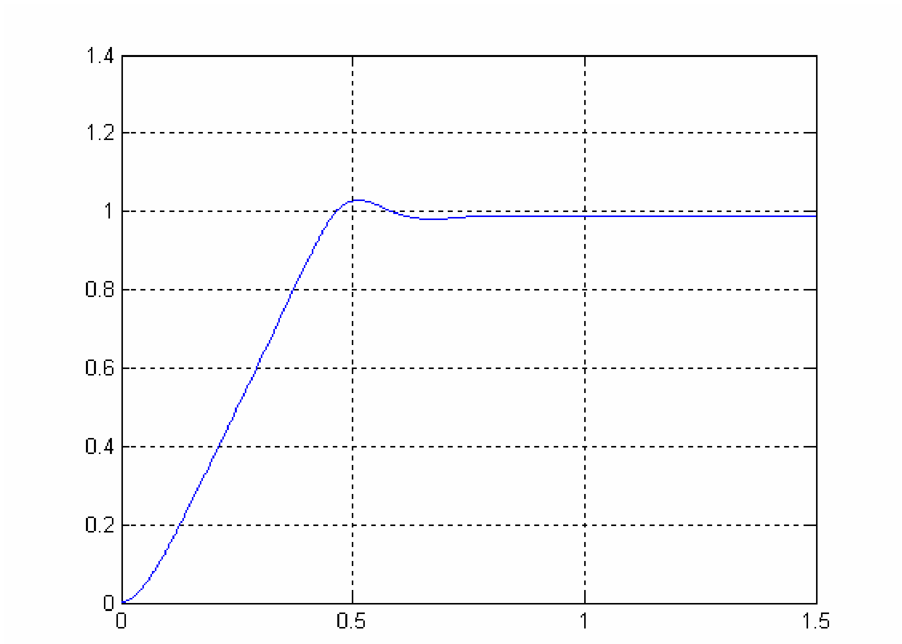
Escribir, de forma similar al ejemplo mostrado, el código en Matlab a utilizar para visualizar gráficamente la respuesta al escalón de amplitud 4 y la derivada de esta respuesta amplificada por un factor de 5 de un sistema de segundo orden básico con ganancia estática 3. La ganancia se deberá asignar explícitamente en el mismo código y el resto de parámetros se le pedirán al usuario.

2) Obtener la expresión temporal de la salida de un sistema de segundo orden básico ante una entrada escalón de amplitud 3. Los parámetros del sistema son K=5, ω_n=4, ξ=1. Calcula el valor final de la salida aplicando el teorema del valor inicial y demuestra que coincide con el de la expresión temporal.

3) Se realiza el control clásico del ángulo de un motor de corriente continua mediante un regulador proporcional. Se pretende seguir una referencia escalón de 1 rad. La tensión de salida de la caja de reguladores analógicos utilizada para realizar el control es la siguiente:



También se dispone de la gráfica correspondiente a la evolución del ángulo a controlar:



a) ¿Se corresponde el transitorio de esta segunda gráfica con el de la respuesta a una entrada escalón de un sistema de segundo orden subamortiguado? Razona la respuesta.
b) Que información cualitativa puedes deducir del régimen permanente de cada una de las dos gráficas.

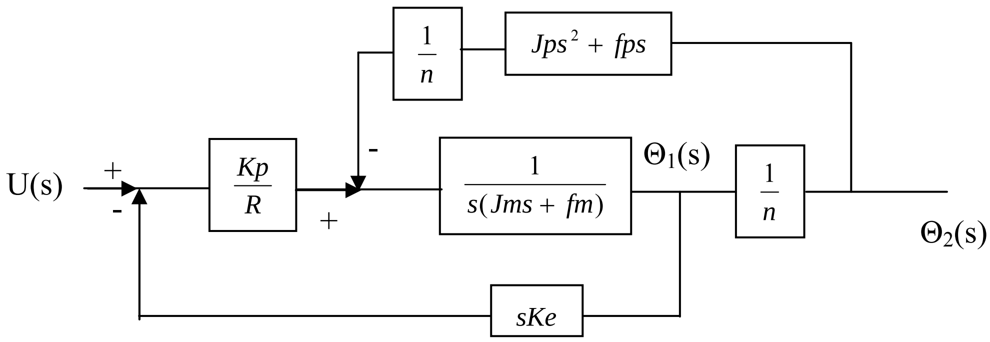
4) Para realizar el control digital de voltaje de un circuito se dispone de una tarjeta de E/S cuyo rango es de ± 5 voltios para lectura de tensiones y de 0 a 5 voltios para la escritura. Si el circuito a controlar trabaja en un rango de ± 10 voltios, ¿qué habría que hacer para solucionar la discrepancia de rango con respecto a la tarjeta de E/S?

REGULACION AUTOMATICA
Resolución Primera convocatoria
15 de enero de 2008

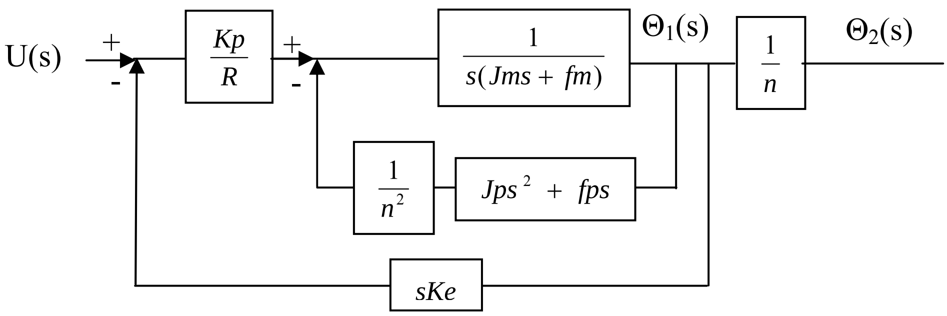
Ejercicio 1 **3 puntos**

a) La función d e transferencia del sistema motor-plataforma: $G(s) = \frac{\Theta_2(s)}{U(s)}$

La obtenemos a partir del siguiente diagrama de bloques:



Modificamos el diagrama para que nos queden dos bucles de realimentación:



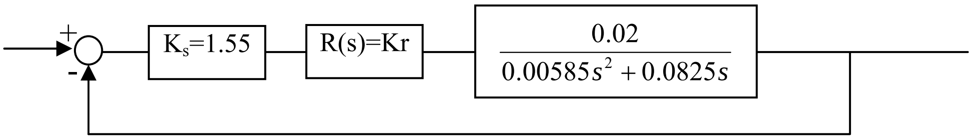
Desarrollando de forma sucesiva las funciones de transferencia de los bucles nos queda:

$$\frac{\Theta_2(s)}{u(s)} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\frac{Kp}{R}}{s((Jm + \frac{Jp}{n^2})s + fm + \frac{fp}{n^2} + \frac{KpKe}{R})}$$

Sustituyendo valores:

$$\frac{\Theta_2(s)}{u(s)} = \frac{1}{50} \cdot \frac{0.02}{s(1.17 \cdot 10^{-4} s + 2.5 \cdot 10^{-4} + 0.0014)} = \frac{0.02}{0.00585s^2 + 0.0825s}$$

b) Se cierra el bucle de realimentación con un sensor potenciométrico de constante Ks=1.55 V/rad. Por nuestra parte añadimos una acomodación del mismo valor y una vez simplificado el diagrama nos queda el bucle de realimentación unitaria:



Como la función de transferencia del sistema a controlar ya incluye un integrador, pues es de tipo 1, el regulador más sencillo que podemos probar para cumplir con las especificaciones del ejercicio es el proporcional R(s)=Kr. Por tanto la función de transferencia en bucle cerrado será:

$$F(s)=\frac{Kr\cdot 1.55\cdot\dfrac{0.02}{0.00585s^2+0.0825s}}{1+Kr\cdot 1.55\cdot\dfrac{0.02}{0.00585s^2+0.0825s}}$$

$$F(s)=\frac{Kr\cdot 1.55\cdot 0.02}{0.00585s^2+0.0825s+Kr\cdot 1.55\cdot 0.02}$$

$$F(s)=\frac{Kr\cdot 1.55\cdot 0.02}{0.00585s^2+0.0825s+Kr\cdot 1.55\cdot 0.02}$$

$$F(s)=\frac{5.299Kr}{s^2+14.1025s+5.299Kr}$$

Es un sistema de segundo orden y por tanto para conseguir no tener sobreoscilación y un tiempo de respuesta lo más rápido posibles elegimos un coeficiente de amortiguamiento de ξ=1 (Críticamente amortiguado). Sabemos que:

$14.1025 = 2\,\omega_n \Rightarrow \omega_n = 7.05125$

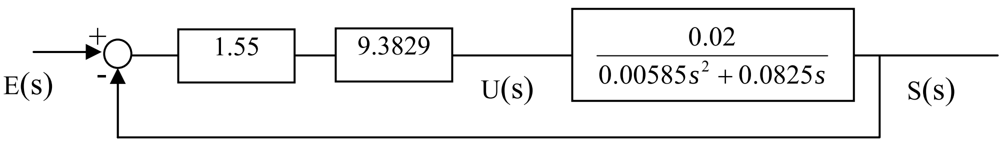
$5.299Kr = \omega_n^2 \Rightarrow Kr = 9.3829$

Veamos si cumple el tiempo de respuesta pedido:

$$Tr=\frac{4.75}{\omega_n}=0.67seg\le 7seg$$

Por lo tanto el regulador pedido será R(s)= 9.3829

c) El sistema que tenemos es el siguiente



Para calcular la acción del regulador U(s) en el momento inicial utilizaremos el teorema del valor inicial de la siguiente forma:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{U(s)}{S(s)} \cdot \frac{S(s)}{E(s)} = \frac{F(s)}{G(s)} = \frac{1}{\dfrac{0.02}{0.00585s^2 + 0.0825s}} \frac{49.72}{s^2 + 14.1025s + 49.72}$$

Siendo E(s) la entrada, S(s) la salida y G(s) la función de transferencia del sistema (sin tener en cuenta la acomodación Ks), F(s) es la función de transferencia en bucle cerrado, que ya tiene en cuenta la acomodación.

Ahora, para una entrada E(s) = 1/s (Escalón unidad) tendremos:

$$U(t=0) = \lim_{s \to \infty} sU(s) = \lim_{s \to \infty} sE(s) \frac{F(s)}{G(s)} = \lim_{s \to \infty} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{0.2908s^2 + 4.1019s}{0.02s^2 + 0.28205s + 0.9944} = 14.53$$

Como es mayor que 10V, el sistema saturará.

Ejercicio 2 **1.5 puntos**

a) De la gráfica dada sacamos los siguientes valores, para este sistema subamortiguado:

Valor de pico = 1.25
Tiempo de pico = 1.45 s
Tiempo de respuesta = 3.23 s

Por lo que la sobreoscilación será igual a

$$S.O. = \frac{Vpico - Vfinal}{Vfinal} = \frac{1.25 - 1}{1} = 0.25 \Rightarrow \xi = 0.4$$

El coeficiente de amortiguamiento lo hemos obtenido de la gráfica que establece la relación entre la constante de amortiguamiento y el valor de la sobreoscilación para un sistema subamortiguado.

De la fórmula del tiempo de respuesta tenemos:

$$Tr = \frac{\pi}{\zeta\omega_n} = \frac{\pi}{0.4\omega_n} = 3.23 \Rightarrow \omega_n = 2.4316$$

Por lo tanto sustituyendo los valores para un sistema de segundo orden subamortiguado puro

$$G(s) = \frac{K\omega_n^{\ 2}}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^{\ 2}} = \frac{0.5 \cdot 5.9125}{s^2 + 1.94528s + 5.9125}$$

b) Se pone el sistema anterior en cascada con un regulador

$$R(s) = K\frac{(s+3)}{s}$$

Por lo tanto la función de transferencia en bucle cerrado será:

$$F(s) = \frac{R(s)G(s)}{1+R(s)G(s)} = \frac{2.95625K(s+3)}{s(s^2+1.94528s+5.9125)+2.95625K(s+3)}$$

$$F(s) = \frac{2.95625K(s+3)}{s^3+1.94528s^2+(5.9125+2.95625K)s+8.86875K}$$

Para ver el efecto de la K sobre la estabilidad del sistema aplicamos el criterio de Routh. Para ello elaboramos la siguiente tabla:

s^3	1	5.9125+2.95625K
s^2	1.94528	8.86875K
s^1	$\frac{11.5014+5.750734K-8.86875K}{1.94528}$	0
s^0	8.86875K	

El criterio de estabilidad establece que en la primera columna no debe haber valores nulos y en toda ella los coeficientes que aparecen deberán ser del mismo signo. Por lo tanto:

8.86875K > 0   implica   K>0 y

$$\frac{11.5014-3.118016K}{1.94528} > 0 \Rightarrow 11.5014-3.118016K > 0 \Rightarrow K < 3.68867$$

Entonces:

$$0 < K < 3.68867 \Rightarrow \quad Sistema\ \ estable$$
$$K = 3.68867 \Rightarrow \quad Sistema\ \ marginalmente\ estable$$
$$K > 3.6886 \Rightarrow \quad Sistema\ \ inestable$$

Ejercicio 3 **3 puntos**

a) De acuerdo al diagrama de polos y ceros propuesto y al valor de la ganancia dado, el sistema tendrá la siguiente función de transferencia en z:

$$G(z) = 10\frac{(z+1.5)(z-0.8)}{(z+0.8)(z-0.5)}$$

Se observa que un cero fuera de la zona de estabilidad de un sistema en el plano Z, es decir fuera del círculo unidad, además tiene parte real negativa.

Para el diseño del regulador lo primero que hacemos es anular los polos y ceros estables:

$$R(z) = K\frac{(z-0.5)(z+0.8)}{(z-0.8)}$$

Y dado que las especificaciones del sistema final incluyen que el error de posición en régimen permanente debe ser nulo, añadiremos un integrador:

$$R(z) = K\frac{(z-0.5)(z+0.8)}{(z-1)(z-0.8)}$$

Por tanto:

$G'(z) = R(z)G(z) = 10K\dfrac{(z+1.5)}{(z-1)}$ y la función de transferencia en bucle cerrado será:

$$F(z) = \frac{R(z)G(z)}{1+R(z)G(z)} = 10K\frac{(z+1.5)}{(z-1)+10K(z+1.5)}$$

$$F(z) = \frac{10K}{1+10K}\cdot\frac{z+1.5}{z+\dfrac{15K-1}{1+10K}}$$

Este sistema es de primer orden, por lo que no habrá sobreoscilaciones, y tiene un polo en:

$$z_p = -\frac{15K-1}{1+10K}$$

El tiempo de muestreo T deberá ser por lo menos 10 veces más pequeño que el tiempo de respuesta, por lo que elegimos T= 0.1 sg.

Vamos a calcular los valores que puede tomar la K para que se cumplan las especificaciones indicadas.

Para que se cumpla el tiempo de respuesta requerido el valor de la K será:

$$tr = 3\tau \le 1\ sg \Rightarrow \quad -\infty \le s \le -3$$

$$0 \le zp \le e^{st} = e^{-0.3}$$

$$0 \le -\frac{15K-1}{1+10K} \le 0.7408 \quad \Rightarrow \quad 0.01156 \le K \le 0.0666$$

Para que se cumpla que el error de velocidad en régimen permanentes sea menor o igual a 1 , la K deberá valer:

$$e_v = \frac{T}{Kv} = \frac{0.1}{\lim_{z\to 1}(z-1)G'(z)} = \frac{0.1}{10K\cdot 2.5} = \frac{0.004}{K} \leq 1 \Rightarrow \quad K \geq 0.004$$

Por lo tanto se pueden elegir valores de K que cumplen simultáneamente las anteriores condiciones. Elegimos K = 0.06

Por lo que el regulador diseñado tendrá la siguiente expresión:

$$R(z) = 0.06\frac{(z-0.5)(z+0.8)}{(z-1)(z-0.8)}$$

b) Vamos a desarrollar el regulador para obtener el valor de la acción en función del error y de las muestras anteriores de la propia acción:

$$R(z) = \frac{U(z)}{\varepsilon(z)} = 0.06\frac{(1-0.5z^{-1})(1+0.8z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-0.8z^{-1})}$$

$$U(z)(1-z^{-1})(1-0.8z^{-1}) = \varepsilon(z)0.06(1-0.5z^{-1})(1+0.8z^{-1})$$

$$U(z)(1-1.8z^{-1}+0.8z^{-2}) = \varepsilon(z)0.06(1-1.3z^{-1}-0.4z^{-1})$$

Hallando la transformada Z inversa de cada uno de los términos tendremos:

$$U[k]-1.8U[k-1]+0.8U[k-2] = 0.06\varepsilon[k]-0.078\ \varepsilon[k-1]-0.024\ \varepsilon[k-2]$$

y dejando en un lado la acción en el momento K:

$$U[k] = 0.06\varepsilon[k]-0.078\ \varepsilon[k-1]-0.024\ \varepsilon[k-2]+1.8U[k-1]-0.8U[k-2]$$

Por lo que la sentencia para el programa será:

Accion= 0.06*error - 0.078*error_ant - 0.024*error_ant_ant + 1.8*Accion_ant -0.8* Accion_ant_ant;

Siendo error_ant, la muestra del error calculada en la iteración anterior a la actual, Accion_ant, la muestra de la acción calculada en la iteración anterior, y Accion_ant_ant, la calculada en la iteración anterior a la anterior al momento actual.

El programa en la parte correspondiente al paso de manual a automático sin golpe será:

```
 Referencia:=leer_referencia;
 salida:=leer_salida;
 error:=salida-referencia;
Si manual
        Accion:= leer_acción_manual;
        Accion_ant:=(Accion-0.06*error)/1.8;
        Accion_ant_ant:=0;
        error_ant:=0;
si no
```

```
        Accion= 0.06*error - 0.078*error_ant - 0.024*error_ant_ant + 1.8*Accion_ant -
        0.8* Accion_ant_ant;
        Accion_ant_ant:=Accion_ant;
        Accion_ant:=Accion;
        error_ant:=error;
Fin si_manual
Sacar(Accion);
```

c) La salida para un escalón unidad, para el sistema con el regulador diseñado en el apartado anterior, será la siguiente:

$$S(z) = E(z) \cdot F(z) = \frac{z}{z-1} \cdot 0.375 \cdot \frac{z+1.5}{z-0.0625}$$

$$\frac{S(z)}{z} = \frac{0.375}{z-1} \cdot \frac{z+1.5}{z-0.0625} = 0.375 \cdot \left(\frac{A}{z-1} + \frac{B}{z-0.0625} \right)$$

Calculando los valores de A y B:

$$A = \left. \frac{z+1.5}{z-0.0625} \right|_{z=1} = 2.666$$

$$B = \left. \frac{z+1.5}{z-1} \right|_{z=0.0625} = -1.666$$

$$S(z) = \frac{0.9975z}{z-1} - \frac{0.6245z}{z-0.0625}$$

Calculando la transformada inversa de Z, tendremos:

$$s(k) = 0.9955 - 0.6245 \cdot (0.0625)^k \; = 1 - (0.0625)^k$$

Prácticas **2.5 puntos**

1) Un posible código sería el siguiente:

```
tfinal=input('Tiempo final de simulación: ');
K=3;
wn=input('Frecuencia natural: ');
xi=input('Coeficiente de amortiguamiento: ');
num_esc=4*K*wn^2;
den_esc=[1  2*xi*wn  wn^2];
num_der=5*[4*K*wn^2  0];
den_der=[1  2*xi*wn  wn^2];
periodo=tfinal/1000;
t=0:periodo:tfinal;
u=ones(length(t),1);
s_esc=lsim(num_esc,den_esc,u,t);
plot(t,s_esc)
pause
s_der=lsim(num_der,den_der,u,t);
plot(t,s_der)
```

2) La expresión de la salida en el dominio de Laplace es:

$$S(s) = \frac{3}{s} \cdot \frac{5 \cdot 4^2}{(s+4)^2} = \frac{240}{s(s+4)^2}$$

La salida se puede descomponer como suma de fracciones: 1 fracción debida al polo simple en s=0 y 2 debidas al polo de multiplicidad 2 en s=-4. Estos sumandos, así como la fracción resultante de la suma de ellos, se muestran a continuación:

$$S(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+4)^2} + \frac{C}{s+4} = \frac{(A+C)s^2 + (8A+B+4C)s + 16A}{s(s+4)^2}$$

Igualando las dos expresiones de la salida se obtiene un sistema de ecuaciones que nos permite hallar los valores de A, B y C:

$$\left.\begin{aligned} 16A &= 240 \\ 8A + B + 4C &= 0 \\ A + C &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad A = 15, \quad B = -60, \quad C = -15$$

Finalmente $S(t)$ se hallará acudiendo a la tabla de antitransformadas:

$$S(t) = L^{-1}\left(\frac{15}{s}\right) + L^{-1}\left(\frac{-60}{(s+4)^2}\right) + L^{-1}\left(\frac{-15}{s+4}\right) = 15 - 60te^{-4t} - 15e^{-4t}$$

El valor final de la salida se obtiene de esta expresión haciendo el límite cuando el tiempo tiende a infinito:

$$\lim_{t\to\infty} S(t) = \lim_{t\to\infty} 15 - 60te^{-4t} - 15e^{-4t} = 15$$

También se puede obtener aplicando el teorema del valor final a $S(s)$:

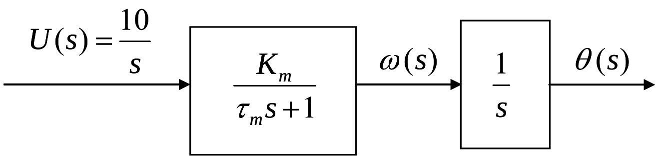
$$\lim_{t\to\infty} S(t) = \lim_{s\to 0} s\cdot S(s) = \lim_{s\to 0} s\cdot \frac{240}{s(s+4)^2} = 15$$

Como es lógico ha coincidido con el valor anteriormente calculado.

3)

a) ¿Se corresponde el transitorio de esta segunda gráfica con el de la respuesta a una entrada escalón de un sistema de segundo orden subamortiguado? Razona la respuesta.

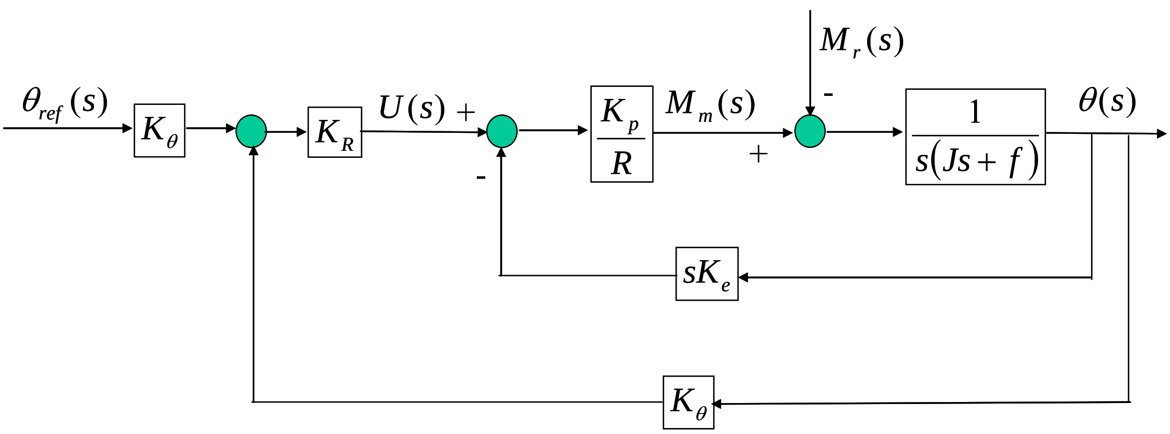
No se corresponde debido a que presenta una rampa de pendiente constante. Esta pendiente es debida al escalón de acción de 10 voltios observado en la primera gráfica y producido por la saturación de la salida de la caja de reguladores analógicos. La respuesta inicial observada en la gráfica segunda se obtendría mediante el siguiente diagrama de bloques:



donde la velocidad angular en régimen permanente, al ser la respuesta a un sistema de primer orden básico, tomaría un valor constante igual $10K_m$ que al ser integrado da lugar a la recta de pendiente $10K_m$ observada en la segunda gráfica.

b) Que información cualitativa puedes deducir del régimen permanente de cada una de las dos gráficas.

En el régimen permanente correspondiente al ángulo se observa que existe un error de posición distinto de cero, únicamente explicable si existe una perturbación de par que se oponga al par proporcionado por el motor, por ejemplo el par resistente M_r producido por la fricción seca que se muestra en el siguiente diagrama de bloques:



Este par deberá ser opuesto pero del mismo valor al par motor M_m producido al alimentar el inducido del motor con la tensión de régimen permanente observada en la primera gráfica y debida al error. Es por esto que, al ser $M_m(t)$-$M_r(t)$=0, el ángulo en régimen permanente permanece invariable, manteniéndose el error de posición a pesar de ser detectado por el sistema.

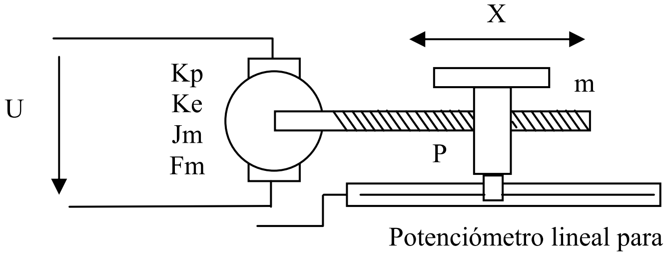
4) Para solucionar la discrepancia una posible opción sería realizar una adaptación de valores utilizando tanto hardware como software:
La acción digital calculada mediante software en el rango de ± 10 voltios se transformaría, también por software y utilizando una transformación lineal, en una señal en el rango de salida permitido de la tarjeta (de 0 a 5 voltios). La salida de la tarjeta se pasaría a través de una etapa de adaptación hardware en la que se desharía el cambio hecho por software, pasando de nuevo la señal al rango de ± 10 voltios. Esta señal final sería el voltaje utilizado para controlar el circuito.
Por otro lado, el voltaje de salida del circuito, en el rango de ± 10 voltios, se transformaría, mediante una transformación lineal proporcionada por una etapa de adaptación hardware, en un señal comprendida en el rango de ± 5 voltios, apta para ser leída por la tarjeta. Posteriormente, mediante software, se desharía este cambio, recuperándose el valor original de la salida en el rango de ± 10 voltios.

REGULACION AUTOMATICA

Segunda convocatoria

7 de Junio de 2008

Ejercicio 1 **3 puntos**

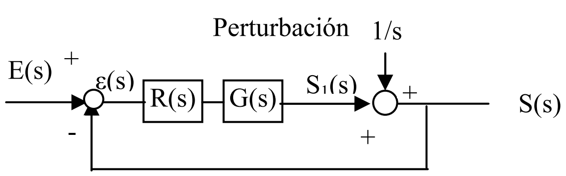


Potenciómetro lineal para realimentación posición, Kpot

El sistema de la figura consiste en una plataforma de masa **m** que es desplazada horizontalmente mediante un husillo sinfín de constante **P**, movido por un motor de continua controlado por inducido con constante eléctrica **Ke**, constante de par **Kp**, una resistencia de inducido **R**, inercia en el rotor **Jm** y rozamiento viscoso **Fm**. La plataforma se puede desplazar a cualquier posición **X** dentro del rango permitido por el husillo.

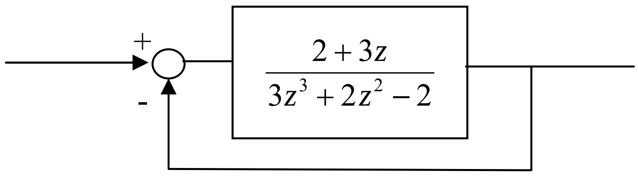
Se pide:

a. Obtener la función de transferencia de la cadena abierta X(s)/U(s).
b. Si suponemos que la función de transferencia del conjunto motor, husillo y plataforma es $G(s) = \dfrac{3.5}{s(1+3s)}$ y que se utilizará un potenciómetro lineal con Kpot=2 V/m para conocer la posición de la plataforma, calcular el regulador más sencillo y estable, que sin sobreoscilación y con un error de velocidad nulo tiene un tiempo de respuesta menor de 1 sg.
c. Calcular la acción inicial y final del regulador para una entrada escalón unidad y una rampa unidad, justifica los resultados en cada caso.
d. Razona cuál será la salida en régimen permanente del sistema realimentado con el regulador calculado en el apartado b) si en el mismo instante que se utiliza un escalón unidad como entrada, aparece una perturbación en forma de escalón unidad, en el punto indicado en la figura siguiente:



Ejercicio 2 **1.75 puntos**

Dado el sistema siguiente:



a. Determinar la estabilidad del sistema en bucle cerrado mediante la aplicación de la transformada bilineal y el criterio de Routh.
   Ayuda matemática:
   $(a+b)^3=a^3+b^3+3a^2b+3ab^2$
   $(a-b)^3=a^3-b^3-3a^2b+3ab^2$
b. Razona como se llega a la misma conclusión mediante el análisis de los polos en el plano Z.
c. Razona, sin realizar cálculos, si el sistema será estable o no, cuando a la entrada en vez de un escalón unitario se utilice una rampa unitaria.

Ejercicio 3 **2.75 puntos**

El siguiente programa representa una parte de la implementación programada de un regulador digital diseñado mediante el método clásico, utilizando diferencias hacia atrás:

```
COMIENZO
....
Integral:=0;
Bucle
        Referencia:=inputADC(1);
        Salida:= inputADC(2);
        Error:=Referencia-Salida;
        Integral:=Integral+0.04*Error;
        Accion:=0.3366*Error+0.1666*Integral;
        OuputDAC(Accion);
        Esperar_siguiente_instante_T();
.....
FIN
```

Este programa se utiliza para el control por ordenador del sistema: $G(s)=\frac{1}{1+2.0197s}$

Se pide:

a. Obtener la función de transferencia del regulador R(z) implementado en el programa, indicando el periodo de muestreo que ha sido utilizado en el diseño.
b. Determinar el comportamiento del sistema realimentado calculando la sobreoscilacion, el tiempo de respuesta, los errores de posición y de velocidad al utilizar el programa anterior con el sistema G(s).
c. Diseña un nuevo regulador en tiempo discreto para G(s), mediante el método de asignación de polos y ceros, de forma que se obtenga un sistema sin sobreoscilación, con un error de posición nulo y con un tiempo de respuesta menor de 2 segundos, utilizando un periodo de muestreo de T=0.2 s.
d. Implementa en forma programada el regulador obtenido, con la posibilidad de pasar de manual a automático sin golpe.

Prácticas **2.5 puntos**

1) El siguiente código en Matlab permite el cálculo de la respuesta al impulso de un sistema de primer orden básico:

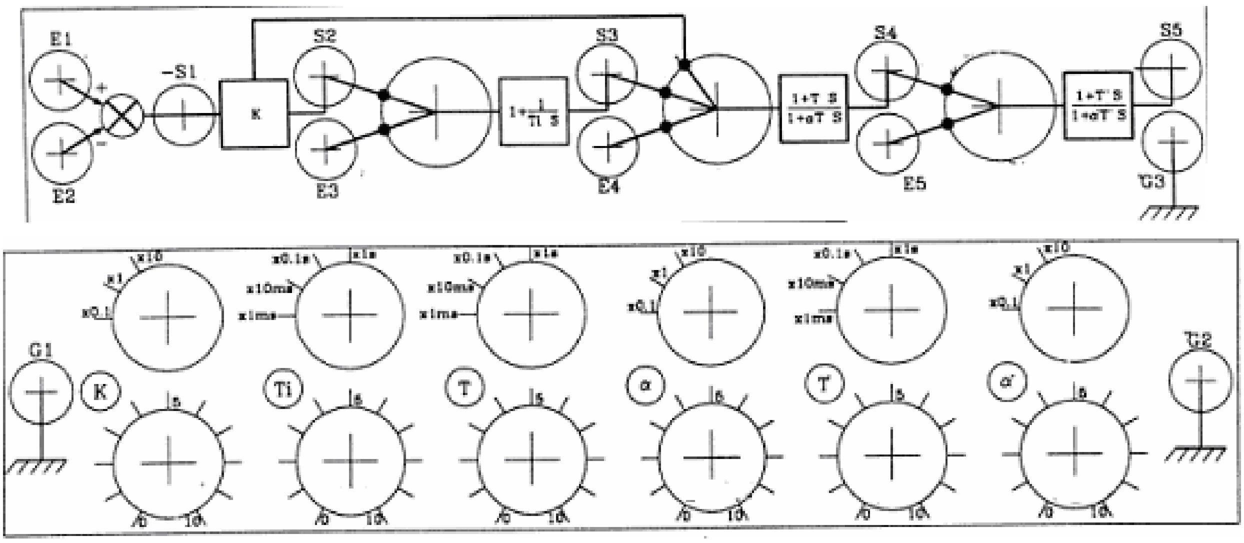
```
tfinal=input('Tiempo final de simulación');
K=input('Ganancia sistema de primer orden');
T=input('Constante de tiempo');
num=[K 0];
den=[T 1];
periodo=tfinal/1000;
t=0:periodo:tfinal;
u=ones(length(t),1);
s=lsim(num,den,u,t);
plot(t,s)
```

Escribir, de forma similar al ejemplo mostrado, el código en Matlab a utilizar para visualizar gráficamente la respuesta al escalón de amplitud 3 y a la rampa de pendiente *p* de un sistema de primer orden completo. La amplitud del escalón se deberá asignar explícitamente en el mismo código y el resto de parámetros se le pedirán al usuario.

2) Obtener la expresión temporal de la salida de un sistema de segundo orden básico ante una entrada rampa de pendiente 2. Los parámetros del sistema son K=5, ω_n=4, ξ=1.

3) Sea el siguiente regulador PI: $R(s) = \dfrac{0.3(1+5s)}{s}$

Adapta la notación utilizada en el modelo analítico a la notación existente en la caja de reguladores mostrada a continuación. Sobre el esquema de la caja realiza el ajuste de los conmutadores y potenciómetros.



4) En un proyecto perteneciente al entorno de desarrollo CVI se observa la presencia del fichero p9.uir y p9.c.

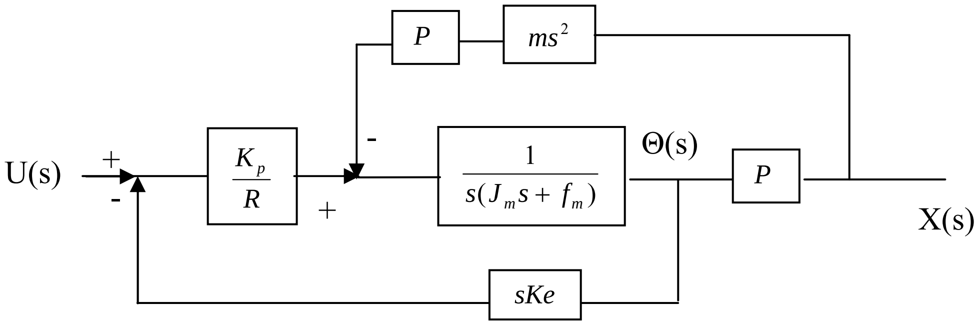
a) ¿Qué relación hay entre ellos?

b) ¿Cómo se podría implementar en este entorno el cálculo de la acción cada periodo de muestreo? ¿Y la introducción de los parámetros del regulador?

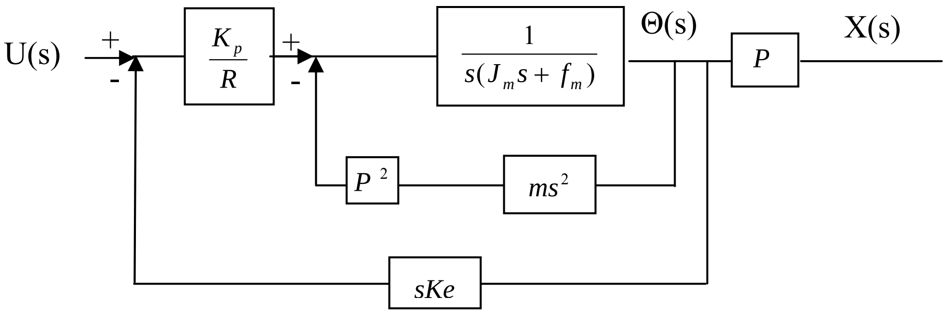
REGULACION AUTOMATICA
Resolución Segunda convocatoria
7 de Junio de 2008

Ejercicio 1 **3 puntos**

El sistema mostrado corresponde a un motor de corriente continua que mueve una masa que se desplaza en una trayectoria lineal gracias a la acción de un husillo. Al par del motor se opondrá la fuerza inercial ejercida por la masa a través de dicho husillo, por lo tanto el esquema de bloques de la cadena abierta será:



Simplificamos, sacando el bloque del husillo hacia la salida:



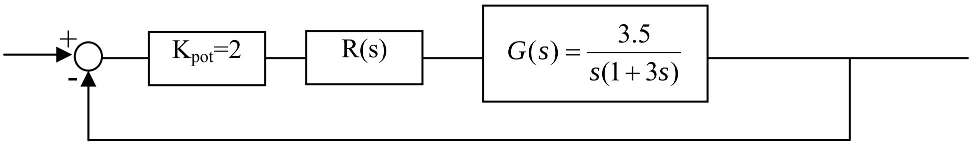
La función de transferencia del bucle interno será:

$$\frac{\Theta(s)}{r(s)} = \frac{1}{s(sJ_m + f_m) + P^2 ms^2}$$

Para el bucle cerrado, añadiendo el bloque del husillo nos quedará:

$$\frac{X(s)}{u(s)} = \frac{\dfrac{\dfrac{K_p}{R}}{s(sJ_m + f_m) + P^2 ms^2}}{1 + sKe \cdot \dfrac{\dfrac{K_p}{R}}{s(sJ_m + f_m) + P^2 ms^2}} \cdot P = P \cdot \frac{\dfrac{K_p}{R}}{s\left((J_m + P^2 m)s + f_m + \dfrac{K_p Ke}{R} \right)}$$

b) El sistema realimentado, teniendo en cuenta que se necesita un acomodación igual a la constante del potenciómetro utilizado en la realimentación y habiendo simplificado el sistema será el siguiente:



Para conseguir un error de velocidad de cero será necesario que el sistema sea de tipo II, como es de tipo I, necesitaremos un regulador con una parte integral. Probamos con un PI, compensando el polo del sistema:

$$R(s) = K \cdot \frac{1+3s}{s}$$

Si calculamos la función de transferencia en bucle cerrado para calcular el valor de K:

$$F(s) = \frac{G(s)}{1+R(s)G(s)} = \frac{7K}{s^2+7K}$$

De acuerdo con el criterio de Routh el sistema no es estable, por lo que probamos con un PID

$$R(s) = K \cdot \frac{(1+3s)(1+\tau s)}{s}$$

NOTA: Esta expresión para el PID es la misma que $R(s) = K_p \cdot \frac{(1+3s)(1+\tau s)}{\tau s}$ en la que se ha hecho $K = \frac{K_p}{\tau}$

Por lo tanto la función de transferencia en bucle cerrado es:

$$F(s) = \frac{G(s)}{1+R(s)G(s)} = \frac{7K(1+\tau s)}{s^2+7K\tau s+7K}$$

Es un sistema de segundo orden con cero, para que no exista sobreoscilación y el tiempo de respuesta sea el máximo diseñamos un sistema críticamente amortiguado, forzando ζ=1, de la función de transferencia anterior tendremos:

$$\omega_n = \sqrt{7K}$$

$$t_r = \frac{4.75}{\omega_n} = \frac{4.75}{\sqrt{7K}} \leq 1 \Rightarrow K \geq 3.22$$

Para K=3.22

$$7K\tau = 2\xi\omega_n = 2\sqrt{7K} \Rightarrow \tau = 0.4212$$

Por lo tanto el regulador pedido será:

$$R(s) = 3.22 \cdot \frac{(1+3s)(1+0.4212s)}{s} \quad \text{o} \quad R(s) = 1.3562 \cdot \frac{(1+3s)(1+0.4212s)}{0.4212s}$$

c) La acción del regulador en cualquier momento será:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{U(s)}{S(s)} \cdot \frac{S(s)}{U(s)} = \frac{F(s)}{G(s)} \Rightarrow U(s) = \frac{F(s)}{G(s)} \cdot E(s)$$

Siendo E(s) la entrada, S(s) la salida, G(s) la función de transferencia del sistema (sin tener en cuenta la acomodación Kpot) y F(s) la función de transferencia en bucle cerrado.

Para la entrada **escalón unidad**, aplicando el teorema del valor final e inicial, se tendrán las siguientes expresiones:

- Acción inicial

$$U(t=0) = \lim_{s\to\infty} sU(s) = \lim_{s\to\infty} s\frac{F(s)}{G(s)} \cdot E(s) =$$

$$= \lim_{s\to\infty} s\frac{1}{s} \cdot \frac{22.54(1+0.4212\,s)}{s^2+9.4938\,s+22.54} \cdot \frac{s(1+3s)}{3.5} = \infty$$

Debido a la acción derivativa del regulador.

- Acción final

$$U(t=\infty) = \lim_{s\to 0} sU(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{F(s)}{G(s)} \cdot E(s)$$

$$U(t=\infty) = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s} \cdot \frac{6.44\,s(1.2636\,s^2+3.4212\,s+1)}{s^2+9.4938\,s+22.54} = 0$$

Lógico por se un sistema de tipo II, el error de posición es cero y el regulador no en régimen permanente no necesita corregir.

Para la **rampa unidad**, aplicando el teorema del valor final e inicial, se tendrán las siguientes expresiones:

- Acción inicial

$$U(t=0) = \lim_{s\to\infty} sU(s) = \lim_{s\to\infty} s\frac{F(s)}{G(s)} \cdot E(s) =$$

$$= \lim_{s\to\infty} s\frac{1}{s^2} \cdot \frac{6.44\,s(1.2636\,s^2+3.4212\,s+1)}{s^2+9.4938\,s+22.54} =$$

$$= 6.44 \lim_{s\to\infty} \frac{1.2636\,s^2+3.4212\,s+1}{s^2+9.4938\,s+22.54} = 6.44 \cdot 1.2636 = 8.1375$$

La derivada de una rampa toma un valor finito y por tanto no satura el regulador

- Acción final

$$U(t=\infty) = \lim_{s\to 0} sU(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{F(s)}{G(s)}\cdot E(s)$$

$$U(t=\infty) = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s^2}\cdot\frac{6.44s\left(1.2636s^2+3.4212s+1\right)}{s^2+9.4938s+22.54} = 6.44\frac{1}{22.54} = \frac{1}{3.5}$$

En régimen permanente este es el valor necesario para mantener el error de velocidad a cero, teniendo en cuenta la ganancia del sistema a controlar.

d) En régimen permanente la perturbación en la cadena directa se verá compensada por el bucle de control que incluye un integrador en su regulador. Esto hará que el error de posición después de la desaparición del transitorio será nulo. Esto se puede ver calculando la expresión de la salida cuando ocurre una perturbación:

$$S(s) = \frac{1}{s} + \varepsilon(s)\cdot R(s)\cdot G(s)\cdot Kpot$$

$$\varepsilon(s) = E(s) - S(s) = \frac{1}{s} - S(s)$$

$$S(s)\left(1 + R(s)\cdot G(s)\cdot Kpot\right) = \frac{1}{s} + \frac{1}{s}\cdot R(s)\cdot G(s)\cdot Kpot$$

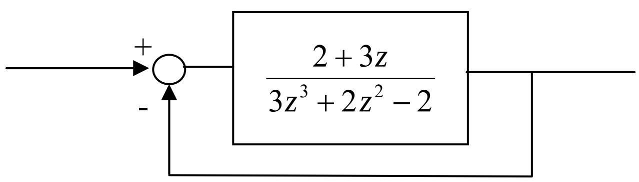
$$S(s) = \frac{\frac{1}{s}}{1+R(s)\cdot G(s)\cdot Kpot} + \frac{\frac{1}{s}\cdot R(s)\cdot G(s)\cdot Kpot}{1+R(s)\cdot G(s)\cdot Kpot}$$

Sustituyendo los valores de las funciones R(S) y G(s) y de Kpot, el valor de esta salida para tiempo infinito (régimen permanente) lo podemos calcular con el teorema del valor final, así encontramos que la parte correspondiente a la perturbación tiende a cero y la salida solo depende de la entrada.

$$S(t=\infty) = \lim_{s\to 0} sS(s) = 0 + 1 = 1$$

Ejercicio 2 **1.75 puntos**

a. Primero calculamos la función de transferencia en bucle cerrado:



$$F(z) = \frac{2+3z}{3z^3+2z^2-2+2+3z} = \frac{2+3z}{3z^3+2z^2+3z}$$

Para conocer la estabilidad utilizamos la ecuación característica, es decir el denominador, al que aplicamos la transformación bilineal, es decir:

$$EC = 3z^3 + 2z^2 + 3z$$

Aplicando la transformada bilineal:

$$z = \frac{1+s}{1-s}$$

$$EC = 3\left(\frac{1+s}{1-s}\right)^3 + 2\left(\frac{1+s}{1-s}\right)^2 + 3\frac{1+s}{1-s}$$

$$EC = 3(1+s)^3 + 2(1+s)^2(1-s) + 3(1+s)(1-s)^2$$

$$EC = 3 + 3s^3 + 9s + 9s^2 + 5 - 5s^2 - s + s^3$$

$$EC = 2s^3 + 2s^2 + 4s + 4$$

Ahora aplicamos Routh

s^3	2	4
s^2	2	4
s^1	0	0
s^0		

Como ha aparecido una fila toda ceros el sistema no será estable, para saber si es marginalmente estable obtenemos el polinomio con los valores de los coeficientes de la fila anterior y derivamos, utilizaremos los coeficientes de este nuevo polinomio, es decir:

$$y = 2s^2 + 4$$

$$y' = 4s$$

s^3	2	4
s^2	2	4
s^1	***4***	***0***
s^0	***4***	

Como todos los coeficientes de la primera columna son del mismo signo, el sistema por lo tanto es marginalmente estable.

b. Los polos del sistema serán las raíces de la ecuación característica, es decir:

$$3z^3 + 2z^2 + 3z = 0$$

$$z(3z^2 + 2z + 3) = 0$$

Las raíces son:

$$z_1 = 0$$

$$z_2 = -0.333 + j0.9428$$

$$z_3 = -0.333 - j0.9428$$

Si calculamos el módulo de las dos últimas vemos que es igual a 0.999999, es decir que dichos polos estarán sobre el circulo unidad. Cuando esto ocurre el sistema es marginalmente estable, tal y como hemos comprobado en el apartado a).

c. La estabilidad de un sistema es una característica intrínseca a el mismo y no depende de la entrada, por lo tanto el sistema será siempre marginalmente estable, con un escalón o con una rampa.

Ejercicio 3 **2.75 puntos**

a. Vemos que el algoritmo del regulador está en dos instrucciones, como ocurre cuando se utiliza el método clásico de diseño del algoritmo:

Integral:=Integral+0.04*Error;
Accion:=0.3366*Error+0.1666*Integral;

La primera instrucción será la correspondiente a la integral, de aquí deducimos que el periodo utilizado ha sido T=0.04 segundos.

De esta instrucción obtenemos la forma discretizada de la integral en la que se han utilizado las diferencias hacia atrás:

$$I(z) = I(z)z^{-1} + T \cdot e(z) \Rightarrow I(z) = \frac{T \cdot e(z)}{1 - z^{-1}}$$

De la siguiente instrucción obtenemos la expresión del regulador utilizado:

$$U(z) = 0.3366e(z) + 0.1666\frac{T \cdot e(z)}{1 - z^{-1}}$$

$$U(z) \cdot \left(1 - z^{-1}\right) = e(z) \cdot \left(0.3366(1 - z^{-1}) + 0.1666T\right)$$

$$R(z) = \frac{U(z)}{e(z)} = \frac{0.3366 + 0.1666T - 0.3366z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{0.34326 - 0.3366z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

$$R(z) = 0.34326 \cdot \frac{z - 0.9805}{z - 1}$$

b. Para aplicar este regulador al sistema dado, es necesario discretizarlo previamente. Suponiendo que se utiliza un bloqueador de orden cero, tendremos:

$$B_0G(z) = (1 - z^{-1}) \cdot Z\left(L^{-1}\left[\frac{1}{s(1 + 2.0197s)}\right]\right) = (1 - z^{-1}) \cdot Z\left(L^{-1}\left[\frac{0.4951}{s(0.4951 + s)}\right]\right) =$$

$$= \frac{1 - e^{-0.4951T}}{z - e^{-0.4951T}} = \frac{0.0196}{z - 0.9804}$$

En bucle abierto y considerando la compensación del polo del sistema con el cero del regulador tendremos:

$$R(z) \cdot B_0G(z) = 0.34326 \cdot \frac{z - 0.9805}{z - 1} \cdot \frac{0.0196}{z - 0.9804} = \frac{0.0067}{z - 1}$$

En bucle cerrado será:

$$F(z) = \frac{R(z) \cdot B_0G(z)}{1 + R(z) \cdot B_0G(z)} = \frac{0.0067}{z - 1 + 0.0067} = \frac{0.0067}{z - 0.9933}$$

Es un sistema de primer orden cuyo polo es z_p =0.9933. Dado que $z_p=e^{sT}$
Tendremos:

$$Sp = \frac{\ln(0.9933)}{T} = -\frac{0.0067}{0.04} = -0.1675$$

Por lo tanto el sistema no tiene sobreoscilación (aunque es casi marginalmente estable, ya que el polo en Z está muy cerca del circulo unidad), el error de posición es nulo porque el regulador incorpora un integrador. Va a ser también un sistema muy lento, el tiempo de respuesta se calcula en base a la constante de tiempo:

$$\tau = \frac{1}{1.47} = 5.970 \Rightarrow T_r = 3\tau = 17.91 \text{ segundos}$$

El error de velocidad lo calcularemos como ev=T/Kv, en donde

$$Kv = \lim_{z\to 1}(z-1)R(z)B_0G(z) = 0.0067$$

$$ev = \frac{0.04}{0.0571} = 5.970$$

c. Para calcular el regulador debemos tener el sistema discretizado con el correspondiente tiempo de muestreo, en este caso T=0.2 s.

$$B_0G(z) = (1-z^{-1})\cdot Z\left(L^{-1}\left[\frac{1}{s(1+2.0197s)}\right]\right) = \frac{1-e^{-0.4951T}}{z-e^{-0.4951T}} = \frac{0.0943}{z-0.9057}$$

Debemos mantener el sistema de primer orden, compensando el polo y debemos añadir un integrador para conseguir el error nulo de posición que se solicita, por lo tanto el regulador pedido será:

$$R(z) = K\cdot\frac{z-0.9057}{z-1}$$

Calculamos K, aplicando el tiempo de respuesta solicitado.

La función de transferencia en bucle cerrado con el regulador será:

$$F(z) = \frac{R(z)\cdot B_0G(z)}{1+R(z)\cdot B_0G(z)} = \frac{K\cdot 0.0943}{z-1+K\cdot 0.0943}$$

El polo en z será:

$$Zp = 1-K\cdot 0.0943 = e^{sT}$$

Como queremos que Tr ≤ 2 s, en el plano S el sistema deberá tener una constante de tiempo:

$$\tau = \frac{T_r}{3} = 0.6666 \Rightarrow S_r = \frac{-1}{0.6666} = -1.5$$

Por tanto la K para que el polo en S sea este será necesario que el polo en Z sea:

$$Zp = 1-K\cdot 0.0943 \le e^{-1.5\cdot 0.2} = 0.7408 \Rightarrow K \ge 2.7487$$

También se debe cumplir el polo en el plano Z quede dentro del circulo unidad de estabilidad:

$$\left|1 - K \cdot 0.0943\right| < 1 \Rightarrow 0 < K < 21.2089$$

Por lo que elegimos K=3, y el regulador pedido será:

$$R(z) = 3 \cdot \frac{z - 0.9057}{z - 1}$$

d. Para programar debemos transformar la función de transferencia del regulador en una expresión en tiempo discreto k, que pueda ser programada:

$$R(z) = 3 \cdot \frac{1 - 0.9057z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{3 - 2.7171z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{U(z)}{e(z)}$$

$$3 \cdot e(z) - 2.71715\, e(z)z^{-1} = U(z) - U(z)z^{-1}$$

$$U_k = U_{k-1} + 3 \cdot e_k - 2.7171 \cdot e_{k-1}$$

Utilizaremos la variable Accion para la secuencia U_k y Error para e_k. Como nos piden que el programa pase de modo manual a automático sin golpe aplicaremos la inicialización de la acción en base a instantes previos en el que la variable Acción_anterior ira tomando los valores necesarios, según el mando manual, para que en el momento del cambio la Accion sea igual a la manual:

Accion=(Acc_manual – K_{error} * error)/$K_{accion\_anterior}$

La parte del programa que nos interesa podría ser la indicada a continuación, previamente se habrán declarado e inicializado todas la variables a utilizar en el programa:

```
BUCLE
        Referencia:= Leer_entrada_referencia;
        Salida:=Leer_entrada_salida;
        Error=Referencia-Salida;
        SI_manual
                Acc_manual := Leer_entrad_manual;
                Accion_anterior: =(Acc_manual – 3 * Error);
                Error_anterior:=0;
                Accion:=Acc_manual;
        Else
                Accion:=Accion_anterior + 3 * Error – 2.7171 * Error_anterior;
                Error_anterior:=Error;
                Accion_anterior:=Accion;
        Fin_si_manual
        Salida(Accion);
        Esperar_siguiente_instante_T;
FIN BUCLE
```

Prácticas **2.5 puntos**

1) Un posible código sería el siguiente:

```
tfinal=input('Tiempo final de simulación: ');
K=input('Ganancia sistema de primer orden: ');
a=input('Constante de tiempo del numerador: ');
T=input('Constante de tiempo del denominador: ');
p=input('Pendiente de la rampa de entrada: ');
num_esc=3*K*[a  1];
den_esc=[T  1];
num_rampa=p*K*[a  1];
den_rampa=[T  1  0];
periodo=tfinal/1000;
t=0:periodo:tfinal;
u=ones(length(t),1);
s_esc=lsim(num_esc,den_esc,u,t);
s_rampa=lsim(num_rampa,den_rampa,u,t);
plot(t,s_esc,t,s_rampa)
```

2) Obtener la expresión temporal de la salida de un sistema de segundo orden básico ante una entrada rampa de pendiente 2. Los parámetros del sistema son K=5, ω_n=4, ξ=1.

La expresión de la salida en el dominio de Laplace y su descomposición en fracciones más sencillas es:

$$S(s) = \frac{2}{s^2} \cdot \frac{5 \cdot 4^2}{(s+4)^2} = \frac{160}{s^2 (s+4)^2} = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{(s+4)^2} + \frac{D}{s+4}$$

El polinomio del numerador queda:

$$(B+D)s^3 + (A+8B+C+4D)s^2 + (8A+16B)s + 16A = 160$$

Proporciona un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas con la siguiente solución:

$$\left.\begin{aligned} B+D=0 \\ A+8B+C+4D=0 \\ 8A+16B=0 \\ 16A=160 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad A=10 \quad ; \quad B=-5 \quad ; \quad C=10 \quad ; \quad D=5$$

Sustituyendo en la expresión de $S(s)$:

$$S(s) = \frac{10}{s^2} - \frac{5}{s} + \frac{10}{(s+4)^2} + \frac{5}{s+4}$$

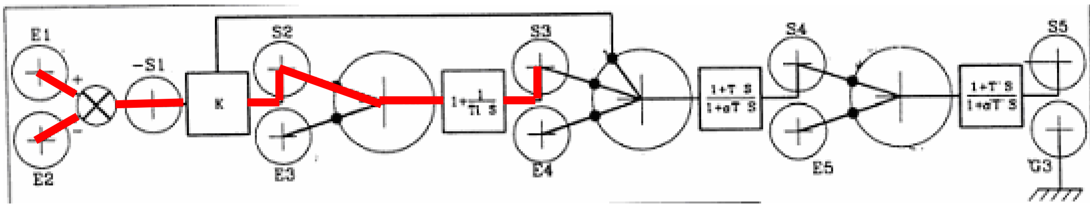
La obtención de $S(t)$ utilizando la tabla de antitransformadas es inmediata:

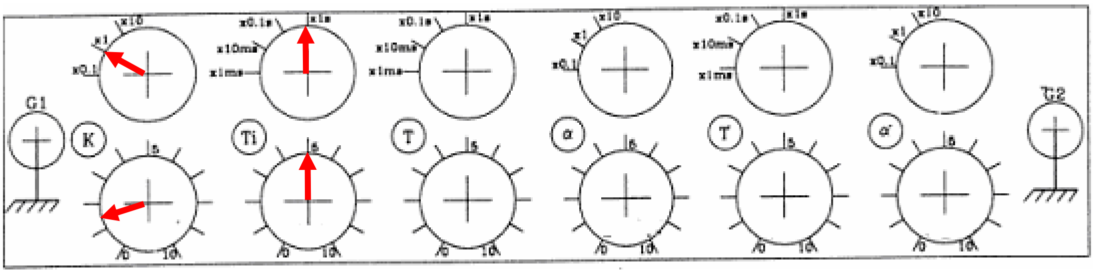
$$S(t) = 10t - 5 + 10te^{-4t} + 5e^{-4t}$$

3) Igualando el regulador dado a la expresión del regulador de la caja de reguladores obtengo los parámetros necesarios para éste:

$$R(s) = \frac{0.3(1+5s)}{s} = K\left(1+\frac{1}{T_i s}\right) = \frac{K}{T_i}\cdot\frac{1+T_i s}{s} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} T_i = 5 \\ K = 0.3\cdot T_i = 1.5 \end{cases}$$

El ajuste a realizar sobre el esquema de la caja es el siguiente:





4) En un proyecto perteneciente al entorno de desarrollo CVI se observa la presencia del fichero p9.uir y p9.c.

a) ¿Qué relación hay entre ellos?

El fichero p9.uir es el fichero inicial donde se crea la pantalla del panel de mandos y se definen las funciones a llamar al interactuar con los mandos. Al compilar el fichero p9.uir se crean automáticamente los ficheros p9.h y p9.c. p9.h es el fichero de cabeceras de las funciones asociadas a los mandos y p9.c es el fichero donde se encuentra el código de estas funciones. Nada más compilar el fichero p9.uir el fichero p9.c sólo contiene el esqueleto de las funciones el cual deberá ser completado por el programador de la aplicación.

b) ¿Cómo se podría implementar en este entorno el cálculo de la acción cada periodo de muestreo? ¿Y la introducción de los parámetros del regulador?

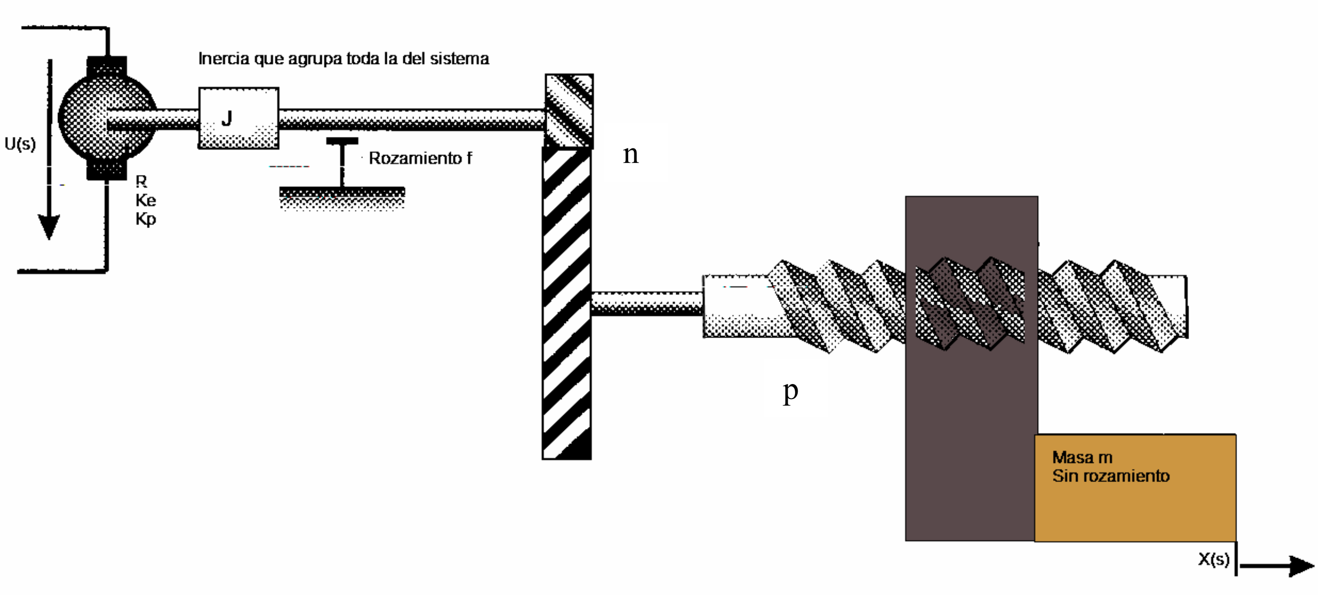
El cálculo de la acción se puede implementar mediante una función asociada al objeto *timer* que es llamada mediante una interrupción cada periodo de muestreo. La introducción de los parámetros del regulador se implementaría mediante una función que es llamada cada vez que el usuario interactúa con el mando correspondiente. Esta función leerá el valor que en ese momento tenga el mando y asociará este valor a la variable correspondiente.

REGULACION AUTOMATICA

Tercera convocatoria

4 de Septiembre de 2008

Ejercicio 1 **3 puntos**



El sistema de la figura consiste en un motor de corriente continua controlado por inducido (con resistencia del inducido R, constante de par Kp, y constante eléctrica Ke), que mueve una masa **m,** horizontalmente y sin rozamiento, mediante un reductor de relación **n** y un husillo de relación **p**. Únicamente se considerará una inercia **J** concentrada en el eje del motor y solo se considerará el rozamiento **f** en el propio eje del motor. Las masas del reductor y del husillo son despreciables. Se pide:

a) Dibujar el diagrama de bloques del sistema anterior y obtener la expresión de la función de transferencia $\frac{X(s)}{U(s)}$, siendo U(s) la tensión de entrada al motor y X(s) el desplazamiento lineal de la masa **m**. (1)

b) Si quisiéramos controlar en velocidad el movimiento de la masa **m** utilizando un sensor de velocidad, con constante Kω, colocado en el propio eje del motor, ¿Cuál debería ser la acomodación? Ten en cuenta que la consigna utilizada será la velocidad deseada de la masa **m,** y que el sensor está antes del reductor y del husillo**.** (0.5)

c) Diseñar el regulador más sencillo para el control de la **posición** X(s) de la masa **m**, de tal forma que el sistema realimentado presente SO=0, Tr ≤ 0,4 segundos y el error de seguimiento de rampa ev<0,2. No considerar el posible problema de saturación del regulador. Para obtener la realimentación del valor de la posición de la masa m se utilizará un sensor de posición, de constante Kpos=0.01 V/m, que mide directamente la posición de esta masa. Utilizar como función de transferencia del sistema: $G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{6}{(0.05s+1)s}$. (1)

d) Indica si la acción del regulador calculado en el apartado anterior se saturararía en algún momento, cuando la entrada del sistema controlado es un escalón unidad y teniendo en cuenta una alimentación del sistema de ±24 V. En caso de que así fuese, indica con que otro regulador se podría evitar. (0.5)

Ejercicio 2 **1.5 puntos**

Un sistema de segundo orden, que cuando a la señal de entrada es un escalón presenta una sobreoscilación del 10%, cuyo pico se da a los 2 segundos y que si este escalón es de 2 unidades la salida en régimen permanente es de 0.5 unidades (sin error), es controlado mediante un regulador del tipo integral puro de ganancia Kr.

a) Determinar el rango de valores de Kr para que los polos del sistema controlado aparezcan en el semiplano izquierdo del plano S. (1)
b) En que parte del plano Z aparecerán los polos anteriores al aplicarles la transformación $Z=e^{ST}$.(0.5)

Ejercicio 3 **3 puntos**

Nos encargan implementar en forma programada un regulador discreto para el sistema $G(s)=\dfrac{2}{3s+1}$, de tal forma que el sistema controlado sea un sistema críticamente amortiguado y con un tiempo de respuesta de 0.475 segundos.
Para conseguirlo responde a las siguientes cuestiones:

a) Obtén la expresión de la ecuación característica en S y en Z del sistema que cumplirá las condiciones anteriores. (0.5)
b) Discretiza el sistema continuo sabiendo que se utiliza un bloqueador de orden cero y un tiempo de meustreo de T=0.1. (0.25)
c) Diseña el regulador R(z) por el método de asignación directa de polos y ceros, teniendo en cuenta que, además, se desea que el error de posición en régimen permanente sea nulo. (Ten en cuenta el grado de la ecuación característica obtenida en a). (1)
d) Suponiendo que el regulador obtenido sea $R(z)=\dfrac{8.2z+5.53}{z^2-0.45z-0.22}$, realízalo en forma de programa, con la posibilidad de pasar de modo manual a modo automático, sin golpe. (1)
e) Indica cómo se obtiene la secuencia de ponderación (0.25)

Prácticas **2.5 puntos**

1) El siguiente código en Matlab permite el cálculo de la respuesta a la rampa de un sistema de primer orden básico:

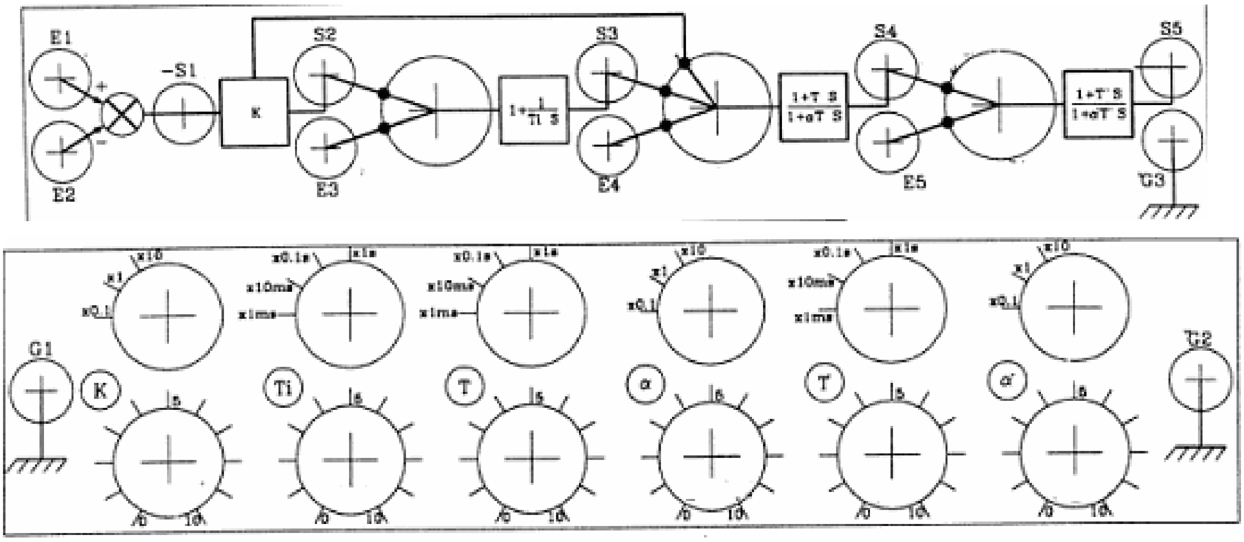
```
tfinal=input('Tiempo final de simulación');
K=input('Ganancia sistema de primer orden');
T=input('Constante de tiempo');
num=[K];
den=[T 1];
periodo=tfinal/1000;
t=0:periodo:tfinal;
r=t;
s=lsim(num,den,r,t);
plot(t,s)
```

Escribir, de forma similar al ejemplo mostrado, el código en Matlab a utilizar para visualizar gráficamente la respuesta al escalón de amplitud 3 y a la rampa parabólica unitaria de un sistema de segundo orden básico. La amplitud del escalón se deberá asignar explícitamente en el mismo código y el resto de parámetros se le pedirán al usuario.

2) Obtener la expresión temporal de la salida de un sistema de segundo orden con cero ante una entrada escalón de amplitud 5. Los parámetros del sistema son K=5, ω_n=4, ξ=1, a=3.

3) Sea el siguiente regulador: $$R(s) = \frac{0.5(1+3s)(1+5s)}{s(1+s)}$$

Adapta la notación utilizada en el modelo analítico a la notación existente en la caja de reguladores mostrada a continuación. Sobre el esquema de la caja realiza el ajuste de los conmutadores y potenciómetros.

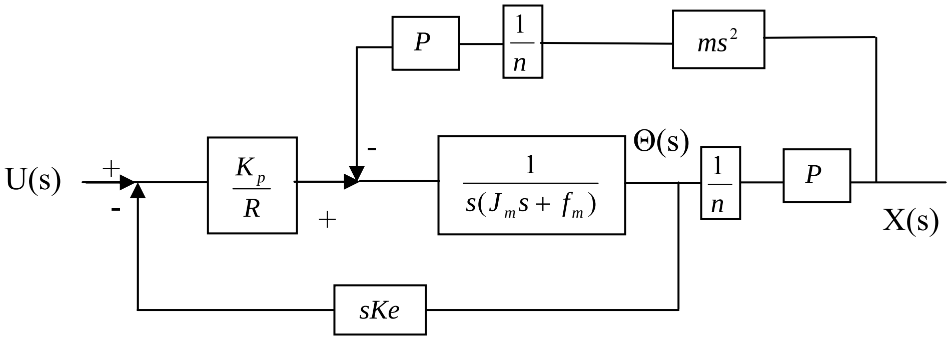


4) Explica detalladamente, ayudándote con gráficas, cómo realizaste la identificación del sistema correspondiente al motor de corriente continua de tu puesto.

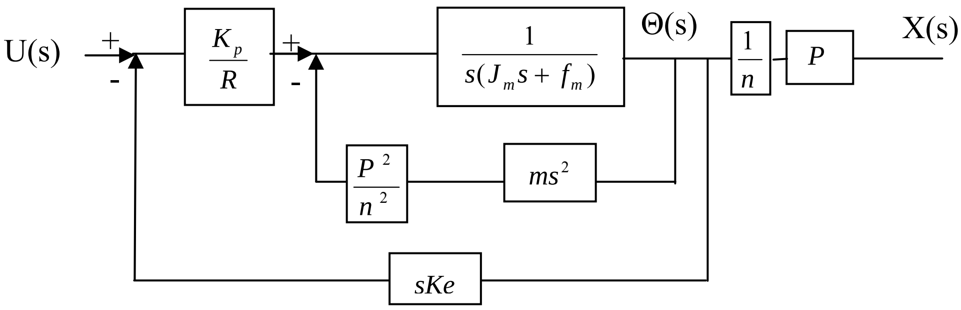
REGULACION AUTOMATICA
Resolución Segunda convocatoria
7 de Junio de 2008

Ejercicio 1 **3 puntos**

a) El sistema mostrado corresponde a un motor de corriente continua que mueve una masa que se desplaza en una trayectoria lineal, horizontal y sin rozamiento gracias a la acción de un reductor y un husillo. Al par del motor se opondrá la fuerza inercial ejercida por la masa a través de dichos elementos, por lo tanto el esquema de bloques de la cadena abierta será:



Simplificamos, sacando el bloque del husillo hacia la salida:



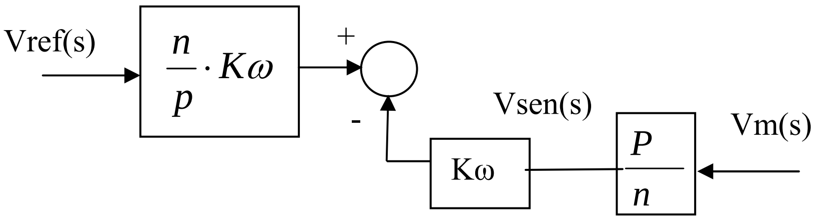
La función de transferencia del bucle interno será:

$$\frac{\Theta(s)}{r(s)} = \frac{1}{s(sJ_m + f_m) + \frac{P^2 ms^2}{n^2}}$$

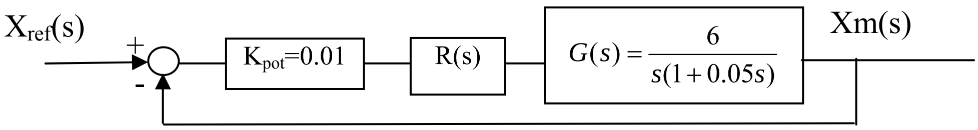
Para el bucle cerrado, añadiendo el bloque del reductor y del husillo nos quedará:

$$\frac{X(s)}{u(s)} = \frac{\dfrac{\frac{K_p}{R}}{s(sJ_m + f_m) + \frac{P^2 ms^2}{n^2}}}{1 + sKe \cdot \dfrac{\frac{K_p}{R}}{s(sJ_m + f_m) + \frac{P^2 ms^2}{n^2}}} \cdot \frac{P}{n} = \frac{P}{n} \cdot \frac{\frac{K_p}{R}}{(J_m + \frac{P^2 m}{n^2})s^2 + (f_m + \frac{K_p Ke}{R})s}$$

b) Si queremos controlar la velocidad de la masa necesitamos realimentar su velocidad, si el sensor está colocado en el eje del motor nos dará una velocidad proporcional a la de la masa. Si la velocidad de la masa es Vm, la del sensor será Vm*n/p, ya que en el reductor el piñón que está en el eje del motor va n veces más rápido que la rueda grande, y a su vez la velocidad de esta rueda estará en una relación de 1/p con respecto a la masa, debido al factor p del husillo. Por lo tanto la referencia que pongamos será necesario multiplicarla por n y dividirla por p, para que cuando se calcule el error en el restador las velocidades están escaladas en la misma proporción. Además el propio sensor tiene una constante Kω, que traduce la velocidad en señal y que por tanto introduce otro factor de proporcionalidad. Teniendo en cuenta todo esto tendremos:



c) El sistema realimentado, teniendo en cuenta que se necesita un acomodación igual a la constante del potenciómetro utilizado en la realimentación de la posición de la masa y habiendo simplificado el sistema será el siguiente:



Para conseguir un error de posición cero será necesario que el sistema sea de tipo I, como ya lo es probamos con un regulador proporcional:

$$R(s) = K$$

Calculamos la función de transferencia en bucle cerrado para calcular el valor de K:

$$F(s) = \frac{G(s)\cdot 0.01}{1 + R(s)G(s)\cdot 0.01} = \frac{0.06K}{(0.05s+1)s + 0.06K}$$

$$F(s) = \frac{0.06K}{s^2 + 20s + 1.2K}$$

Elegimos ξ=1, de tal forma que el tiempo de respuesta será el más rápido sin sobreoscilación:

$$\omega_n = \frac{20}{2} = 10$$

$$t_r = \frac{4.75}{\omega_n} = \frac{4.75}{10} = 0.475 > 0.4$$

No se cumple el tiempo de respuesta pedido. Probaremos con un PD, ya que el problema de saturación que puede dar este regulador no se tiene en cuenta en este ejercicio.

$$R(s) = K \cdot (1 + 0.05s)$$

Calculando la función de transferencia en bucle cerrado con este nuevo regulador, tendremos:

$$F(s) = \frac{G(s)}{1 + R(s)G(s)} = \frac{0.06K}{s + 0.06K} = \frac{1}{\frac{1}{0.06K}s + 1}$$

$$\tau = \frac{1}{0.06K} \Rightarrow Tr = 3 \cdot \tau = \frac{3}{0.06K} \leq 0.4 \Rightarrow K \geq 125$$

Con K=125 ya cumplimos con el tiempo de respuesta pedido, veamos si también se cumple el error de velocidad pedido:

$$e_v = \frac{1}{K_v}$$

$$K_v = 0.06K = 0.06 \cdot 125 = 7.5$$

$$e_v = 0.153$$

Con el valor de K calculado se cumplen todas las condiciones indicadas en el enunciado. Por lo que ya tenemos el regulador pedido:

$$R(s) = 125 \cdot (1 + 0.05s)$$

d) La acción del regulador en cualquier momento será:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{U(s)}{S(s)} \cdot \frac{S(s)}{U(s)} = \frac{F(s)}{G(s)} \Rightarrow U(s) = \frac{F(s)}{G(s)} \cdot E(s)$$

$$U(t = 0) = \lim_{s \to \infty} sU(s) = \lim_{s \to \infty} s \frac{F(s)}{G(s)} \cdot E(s) =$$

$$= \lim_{s \to \infty} s \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{0.1333\, s + 1} \cdot \frac{s(1 + 0.05\, s)}{6} = \infty$$

Debido a la acción derivativa del regulador. Por lo que en el momento inicial se producirá una saturación en la acción del regulador con una alimentación finita.

El regulador que habría utilizar para evitar esta saturación sería un PAF, que cuenta con un polo ajustable según un parámetro α que permite evitar la saturación.

Ejercicio 2 **1.5 puntos**

b. Primero obtenemos el sistema que cumple con las condiciones dadas:

Como tiene una sobreoscilación del 10% será un sistema de segundo orden subamortiguado. Así:

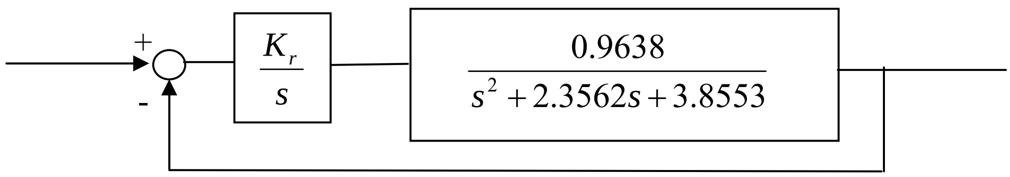
$$SO = e^{\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \cdot 100 = 10 \Rightarrow \xi = 0.6$$

El momento en el que ocurre el máximo de la sobreoscilación es el tiempo de pico, por lo que tendremos:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = 2 \Rightarrow \omega_d = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\xi^2}} = 1.9635$$

Por último calculamos la ganancia: cuando la entrada es un escalón de 2 unidades, la salida en régimen permanente es 0.5, y como no hay error, la ganancia tiene que ser K=0.25. El sistema completo será:

$$G(s) = \frac{0.25 \cdot 1.9635^2}{s^2 + 2 \cdot 0.6 \cdot 1.9635 s + 1.9635^2} = \frac{0.9638}{s^2 + 2.3562 s + 3.8553}$$



$$F(s) = \frac{0.9638 K_r}{\left(s^2 + 2.3562 s + 3.8553\right)s + 0.9638 K_r}$$

La ecuación característica será:

$$EC = s^3 + 2.3562 s^2 + 3.8553 s + 0.9638 K_r$$

Aplicando Routh:

s^3	1	3.8553
s^2	2.3562	0.9638Kr
s^1	$\frac{2.3562 \cdot 3.8553 - 0.9638 K_r}{2.3562}$	0
s^0	0.9638Kr	

Para que el sistema sea estable es necesario que todos los coeficientes de la primera columna sean del mismo signo, por lo que

$$\frac{2.3562 \cdot 3.8553 - 0.9638 K_r}{2.3562} > 0 \Rightarrow K_r < 9.4248$$
$$0.9638 K_r > 0 \Rightarrow K_r > 0$$

Luego los valores que hacen que el sistema controlado sea estable son:

$$0 < K_r < 9.4248$$

b. Todos los polos que caen dentro del semiplano izquierdo del plano S son estables, y cuando se hace la transformación $Z=e^{ST}$ pasan a ocupar el interior del circulo unidad en el plano Z.

Ejercicio 3 **3 puntos**

a. Obtenemos en S la ecuación característica del sistema que cumplirá con las condiciones impuestas en el enunciado:

$$\xi = 1 \Rightarrow EC = s^2 + \omega_n s + \omega_n^2$$
$$t_r = \frac{4.75}{\omega_n} = 4.75 \Rightarrow \omega_n = 10 \Rightarrow EC = s^2 + 20s + 100$$

Obtenemos los polos de esta ecuación:

$s_{1,2} = -10$ (Polo doble)

Calculamos los polos en Z que corresponden a los anteriores con un T=0.1 s, que será el utilizado en el apartado siguiente para la discretización del sistema:

$z_{1,2} = e^{sT} = e^{-10T} = 0.36787$ (doble)

La ecuación característica en Z será por tanto:

$$EC = (z - 0.36787)^2 = z^2 - 0.3678z + 0.13533$$

b. Discretizamos el sistema con T=0.1 s:

$$B_0G(z) = (1 - z^{-1}) Z\left(L^{-1}\left[\frac{2}{s(1+3s)} \right] \right) = 2 \cdot (1 - z^{-1}) \cdot Z\left(L^{-1}\left[\frac{0.3333}{s(0.3333+s)} \right] \right) =$$
$$= 2 \cdot \frac{1 - e^{-0.3333T}}{z - e^{-0.3333T}} = \frac{0.06556}{z - 0.9672}$$

c. Ahora diseñamos el regulador pedido, para eso anulamos el polo del sistema y como nos piden que el error de posición sea nulo añadimos un integrador.

Como la ecuación característica del sistema que cumple las condiciones del enunciado que ha sido obtenida en el apartado a) es de segundo orden (debido a que teníamos dos condiciones: que fuera críticamente amortiguado y un tiempo de respuesta determinado) con solo un parámetro de ajuste (K) no es suficiente. Para tener otro parámetro añadimos un polo (z-a). El regulador tendrá por tanto la siguiente forma:

$$R(z) = K \cdot \frac{z - 0.9672}{(z-1)(z-a)}$$

En bucle abierto tendremos:

$$R(z) \cdot B_0G(z) = K \cdot \frac{0.06556}{(z-1)(z-a)}$$

En bucle cerrado será:

$$F(z) = \frac{R(z) \cdot B_0G(z)}{1 + R(z) \cdot B_0G(z)} = \frac{K \cdot 0.06556}{z^2 - (1+a)z + a + 0.06556K}$$

La ecuación característica de este sistema la comparamos termino a termino con la obtenida en el apartado a):

$$z^2 - (1+a)z + a + 0.065568K = z^2 - 0.3678z + 0.13533$$

De aquí deducimos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$1 + a = 0.3678 \Rightarrow a = -0.6322$$

$$a + 0.06556K = 0.13533 \Rightarrow K = 11.7073$$

Luego el regulador pedido será:

$$R(z) = 11.7073 \cdot \frac{z - 0.9672}{(z-1)(z+0.6322)}$$

d. Para programar debemos transformar la función de transferencia del regulador en una expresión en tiempo discreto k, que pueda ser programada:

$$R(z) = \frac{U(z)}{e(z)} = \frac{8.2z + 5.53}{z^2 - 0.45z - 0.22} = \frac{z^{-1}(8.2 + 5.53z^{-1})}{1 - 045z^{-1} - 0.22z^{-2}}$$

$$8.2 \cdot e(z)z^{-1} + 5.53 \cdot e(z)z^{-2} = U(z) - 0.45 \cdot U(z)z^{-1} - 0.22 \cdot U(z)z^{-2}$$

$$U_k = 0.45 \cdot U_{k-1} + 0.22 \cdot U_{k-2} + 8.2 \cdot e_{k-1} + 5.53 \cdot e_{k-2}$$

Utilizaremos la variable Accion para la secuencia U_k y Error para $e_{k.}$ Como nos piden que el programa pase de modo manual a automático sin golpe aplicaremos la inicialización de la acción en base a instantes previos en el que la variable Acción_anterior ira tomando los valores necesarios, según el mando manual, para que en el momento del cambio la Accion sea igual a la manual:

Accion=(Acc_manual – K_{error} * error)/$K_{accion\_anterior}$

La constate del error es cero porque no hay muestra de error en el instante K, la constante de la variable Acción anterior es 0.45, las demás variables tienen que estar inicializadas a cero

La parte del programa que nos interesa podría ser la indicada a continuación, previamente se habrán declarado e inicializado todas la variables a utilizar en el programa:

```
BUCLE
        Referencia:= Leer_entrada_referencia;
        Salida:=Leer_entrada_salida;
        Error=Referencia-Salida;
        SI_manual
                Acc_manual := Leer_entrad_manual;
                Accion_anterior: =Acc_manual /0.45;
                Error_anterior:=0;
                Error_anterior_ant:=0;
                Accion_anterior_ant:=0;
                Accion:=Acc_manual;
        Else
                Accion:=0.45*Accion_anterior + 8.2* Error_anterior + 5.53 *
                Error_anterior_ant + 0.22*Accion_anterior_ant;
                Error_anterior_ant:=Error_anterior;
                Error_anterior:=Error;
                Accion_anterior_ant:=Accion_anterior;
                Accion_anterior:=Accion;
        Fin_si_manual
        Salida(Accion);
        Esperar_siguiente_instante_T;
FIN BUCLE
```

e. La secuencia de ponderación por definición es la respuesta del sistema al impulso, y se obtiene mediante la transformada inversa de Laplace (para pasar del plano S al tiempo continuo t) de la función de transferencia del sistema.

Es decir dada una secuencia de ponderación de un sistema desconocido, al hacer la transformada de Laplace de esta secuencia encontramos la función de transferencia en S del sistema.

Prácticas **2.5 puntos**

1) Un posible código sería el siguiente:

```
tfinal=input('Tiempo final de simulación: ');
K=input('Ganancia sistema de segundo orden básico: ');
wn=input('Frecuencia natural del sistema de segundo orden básico: ');
xi=input('Coeficiente de amortiguamiento del sistema de segundo orden básico: ');
A=3;
num_esc=[A*K*wn^2  0];
den_esc=[1  2*xi*wn  wn^2];
num_rpu= K*wn^2;
den_rpu=[1  2*xi*wn  wn^2  0];
periodo=tfinal/1000;
t=0:periodo:tfinal;
r=t;
s_esc=lsim(num_esc,den_esc,r,t)
s_rpu=lsim(num_rpu,den_rpu,r,t)
plot(t,s_esc,t,s_rpu)
```

2) Obtener la expresión temporal de la salida de un sistema de segundo orden con cero ante una entrada escalón de amplitud 5. Los parámetros del sistema son K=5, ω_n=4, ξ=1, a=3.

La expresión de la salida en el dominio de Laplace es:

$$S(s)=\frac{5}{s}\cdot\frac{5\cdot 4^2(3s+1)}{(s+4)^2}=\frac{1200}{(s+4)^2}+\frac{400}{s(s+4)^2}$$

Como el segundo sumando no se encuentra en la tabla de antitransformadas se descompone en fracciones más sencillas:

$$\frac{400}{s(s+4)^2}=\frac{A}{s}+\frac{B}{(s+4)^2}+\frac{C}{s+4}=\frac{(A+C)s^2+(8A+B+4C)s+16A}{s(s+4)^2}$$

Los valores de *A, B* y *C* se hallan resolviendo el siguiente sistema:

$$\begin{cases} A+C=0 \\ 8A+B+4C=0 \\ 16A=400 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=25 \\ B=-100 \\ C=-25 \end{cases}$$

S(s) queda por lo tanto:

$$S(s)=\frac{1200}{(s+4)^2}+\left(\frac{25}{s}-\frac{100}{(s+4)^2}-\frac{25}{s+4}\right)=\frac{1100}{(s+4)^2}+\frac{25}{s}-\frac{25}{s+4}$$

La expresión temporal se obtiene aplicando antitransformadas:

$$S(t)=1100te^{-4t}+25-25e^{-4t}$$

3) Primero se iguala el regulador dado a la expresión del regulador de la caja de reguladores:

$$R(s)=\frac{0.5(1+3s)(1+5s)}{s(1+s)}=K\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)\left(\frac{T_d s+1}{\alpha T_d s+1}\right)=\frac{\frac{K}{T_i}(T_i s+1)(T_d s+1)}{s(\alpha T_d s+1)}$$

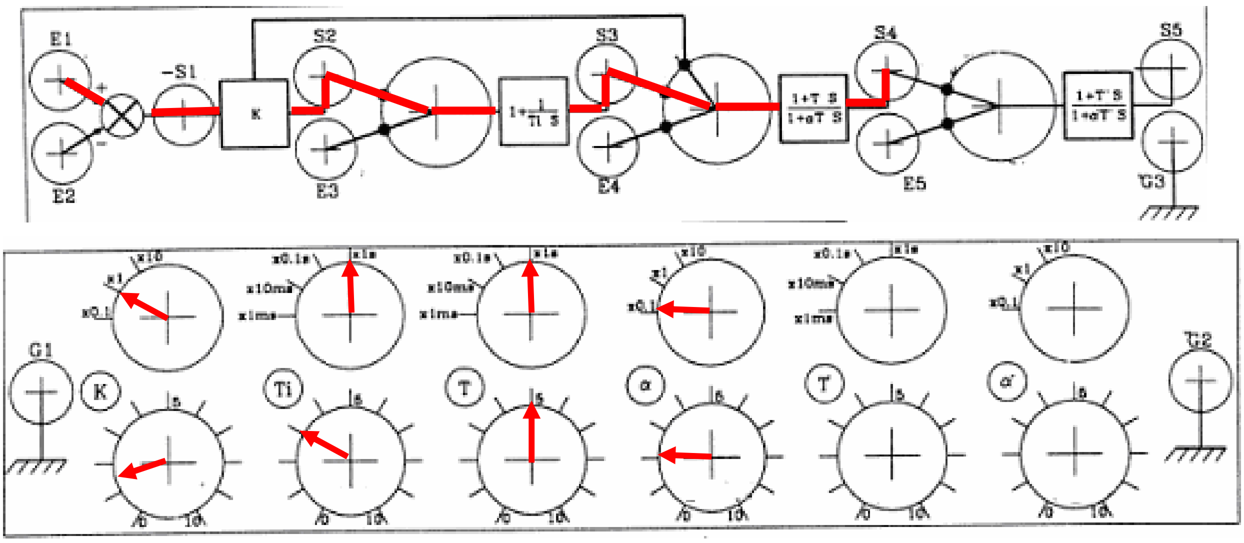
Para obtener los parámetros supondré que T_i=3 y T_d=5. Con estos valores el cálculo de *K* y α es inmediato:

$$\frac{K}{T_i}=0.5 \quad \Rightarrow K=0.5T_i=1.5$$

$$\alpha T_d=1 \quad \Rightarrow \quad \alpha=\frac{1}{T_d}=0.2$$

Sea el siguiente regulador: $\quad R(s)=\dfrac{0.5(1+3s)(1+5s)}{s(1+s)}$

El ajuste a realizar sobre el esquema de la caja es el siguiente:



4) Explica detalladamente, ayudándote con gráficas, cómo realizaste la identificación del sistema correspondiente al motor de corriente continua de tu puesto.

Se deja el desarrollo al lector.